2024 年度 共同利用・共同研究拠点 明治大学

MIMS「現象数理学研究拠点」共同研究集会

# 「MEMS デバイスに発生する touch-down 現象の制御に向けた数理的アプローチ」

# アブストラクト集

日時：2024 年 8 月 7 日～9 日

場所：明治大学中野キャンパス 6F 研究セミナー室 3

（ハイブリッド開催）

主催：明治大学「現象数理学研究拠点」

共同利用・共同研究拠点

# はじめに

本研究集会では，Micro Electro Mechanical Systems(以下，MEMS）における非線現象に焦点を当て，理論と実験の両面における課題を認識・共有し，分野を横断した研究協力体制を構築することを目的としています.

MEMS は半導体のシリコン基板・ガラス基板・有機材料などの上に，機械要素部品のセンサ・アクチュエータ・電子回路などを集積化したミクロンレベル構造を持つデバイスで，自動車の加速度センサーや圧力センサー，スマートフォンなどの電子コンパスや指紋認証，生体検査機器における DNA 分析など，現代社会における広範な精密機器に導入されています. 様々な環境における MEMS の精密な動作を担保するにはその挙動の解明と制御が高い精度で要求されますが，可動部の存在により基盤とその上の膜が触れ，安定動作を阻害する「touch-down」と呼ばれる現象が，その要請を困難にしています. 近年，MEMS における膜の挙動を表す数理モデルを構築し，touch-down 現象を有限時間で発現する特異性を持つモデル方程式の解として記述することで，この課題の数理的解決を目指した研究がなされています.

これらの背景に基づき，本研究集会では MEMS を対象とする理論系・実験系双方の研究者が一堂に会して互いに補完しうる点等を議論し，touch-down 現象解明のための新たな数理モデルと方法論構築の可能性を探りました.

# プログラム

## 8 月 7 日（水）

13:20 ~ 13:30　**佐々木多希子（武蔵野大学，東北大学）**
趣旨説明

13:30 ~ 14:30　**Jong-Shenq Guo（Tamkang University）**
Recent development of dynamical behaviors on MEMS

14:45 ~ 15:00　**(Short presentation 1）岡本朋揮（武蔵野大学）**
Numerical calculations of stability of stationary solutions for a phase field model

15:00 ~ 15:15　**(Short presentation 2）坪田凌輔（武蔵野大学）**
Discrete semilinear wave equations

15:30 ~ 16:30　**市田優（関西学院大学）**
Mathematical analysis of special solutions of MEMS type equations

## 8 月 8 日（木）

10:00 ~ 11:00　**山根大輔（立命館大学）**
MEMS 技術およびそのセンサ・エナジーハーベスタ応用

11:15 ~ 12:15　**三屋裕幸（鷺宮製作所）**
Practical Use of MEMS Vibrational Energy Harvester with High Electret　Reliability

14:00 ~ 15:00　**山末耕平（東北大学）**
Chaos control via time-delayed feedback: numerical studies and application to AFM cantilever dynamics

15:15 ~ 15:30　**(Short presentation 3）清水千晶（武蔵野大学）**
A finite difference method and its error estimate for a system of nonlinear Klein-Gordon equations

15:30 ~ 15:45　**（Short presentation 4）楊家宝（武蔵野大学）**
The 9th Chebyshev method in non-convex,
non-smooth optimization problems

16:00 ~ 17:00　**Hatem Zaag（CNRS・Sorbonne Paris North University）**
Construction of a stable touch-down solution for a parabolic MEMS model

**8 月 9 日（水）**

10:00 ~ 11:00　**宮本安人（東京大学）**
Radial single point rapture solutions for a general MEMS model

11:15 ~ 12:15　**鈴木貴（大阪大学）**
Theory of MEMS: A Mathematical Model in Multi-Physics

12:15 ~ 12:25　**佐々木多希子（武蔵野大学，東北大学）**
閉会の挨拶

**組織委員**

佐々木多希子（研究代表者，武蔵野大学，東北大学）
石渡哲哉（芝浦工業大学）
中村健一（明治大学）
時弘哲治（武蔵野大学）
松江要（九州大学）

# アブストラクト集

## Jong-Shenq Guo（Tamkang University）
## 「Recent development of dynamical behaviors on MEMS」

In this talk, we shall review some known results on MEMS (micro-electro mechanical system) device without the inertia, the parabolic version of the MEMS model equation. In particular, we shall concentrate on the structure of stationary solutions and the touch-down phenomena for MEMS device with/without capacitor and/or with/without fringing field. Moreover, we shall also discuss two different physical situations for the membrane, namely, either the edge of the membrane is fixed, or the edge of the membrane is connected with a flexible nonideal support. In the issue of touch-down phenomena, we shall focus on the criteria, locations, time asymptotic rate and spatial profile of touch-down.

## 岡本朋揮（武蔵野大学）(Short presentation 1)
## Numerical calculations of stability of stationary solutions for a phase field model

最近, Mori-Tasaki-Tsujikawa-Yotsutani(2023)によって, 1 次元フェーズフィールドモデルの全ての定常解の大域的分岐ダイアグラムが明らかにされた. 1 次元の場合，パラメータによって，解の対称性が崩れる 2 次分岐点などの，非常に多様な分岐ダイアグラムをもつ．本研究では, 1 次元フェーズフィールドモデルの定常解の安定性を数値的に調べた結果を報告する.

## 坪田凌輔（武蔵野大学）(Short presentation 2)
## Discrete semilinear wave equations

本研究では，べき乗型の非線形項を持つ単独の半線形波動方程式を離散化して得られる方程式の解の lifespan 評価を行う．離散化の対象となる波動方程式は，初期条件が十分小さいとき，非線形項に現れる指数がある値より小さいと爆発することが知られている．Matsuya(2013)で提案された偏差分方程式は，元の波動方程式と類似する結果を有することが証明されている．本研究では，Matsuya(2013)により提案された偏差分方程式の lifespan 評価を行う.

**市田優（関西学院大学）**

**Mathematical analysis of special solutions of MEMS type equations**

Radially symmetric stationary solutions for a micro-electro-mechanical systems (MEMS) type reaction–diffusion equation with fringing field are considered. This equation arises in the study of the MEMS devices. This talk is devoted to the study of the existence of these solutions, information about their shape, and their asymptotic behavior. These are studied by applying the framework that combines Poincar¥'e-type compactification, classical dynamical systems theory, and geometric methods for desingularization of vector fields called the blow-up technique. This talk includes a collaboration with Professor Takashi Sakamoto in Meiji University.

**山根大輔（立命館大学）**

**MEMS 技術およびそのセンサ・エナジーハーベスタ応用**

本講演では、はじめに（１）MEMS 技術の概要を述べ、その後、（２）自己組織化エレクレット (SAE) と MEMS を融合した環境振動発電技術の最新の研究成果を紹介する。（１）では、MEMS の位置付けや特徴などを示し、実用化された MEMS デバイスも数例紹介する。また、MEMS の製造プロセスの基礎的な内容も説明する。（２）では、環境発電技術の概要を述べた後、特にエレクレットを用いた静電型環境振動発電技術の現状を紹介し、我々が近年開発した SAE-MEMS 振動発電素子の位置付けや特徴を中心に述べる。

**三屋裕幸（鷺宮製作所）**

**Practical Use of MEMS Vibrational Energy Harvester with High Electret Reliability**

我々は、エレクトレット型 MEMS 振動発電デバイスを開発し、センサネットワーク用の電源として、また低消費電力を実現するセンサとして、産業化を目前にしている。これまで、MEMS 振動発電デバイスの設計指針を明らかにすることで、90%以上の高いエネルギー変換効率を実現し、従来よりも小型で高効率なデバイスを実現したり、独自技術であるエレクトレットの形成・劣化のメカニズムを明らかにし、長期信頼性を確保するための技術構築を行ってきた。特に、発電デバイスの狭い共振周波数帯域幅（~1Hz）を利用した特定の周波数を監視するセンサシステムは、社会インフラ構造物

の健全性を 10 年以上電池交換が不要でモニタリング可能なため、多くの実用的な応用が期待されている。

**山末耕平（東北大学）**

**Chaos control via time-delayed feedback: numerical studies and application to AFM cantilever dynamics**

本講演では，カオス制御の一手法として知られる時間遅れフィードバック制御（TDFC）を適用した非線形力学系の相空間の大域構造および制御特性について，数値計算に基づく研究成果を報告する．具体的には，TDFC を適用した two-well Duffing 系における複数の定常状態や分岐現象，目標軌道の引力圏構造，およびフィードバックゲインの増加に伴う相空間の大域構造変化を調べた結果について述べる．この研究により，目標軌道の安定化がカオスアトラクタの破壊を引き起こし，過渡的なカオスや複雑な引力圏構造を生成し得ることを示した．また，TDFC を原子間力顕微鏡（AFM）のカンチレバーにおける非線形振動の制御に応用した研究も紹介する．タッピングモード AFM に生じるカオス振動の制御に TDFC が適用可能であることを数値シミュレーションにより確認した．さらに，市販の AFM 装置への TDFC の実装と，それに基づく不規則なカンチレバー振動の安定化および AFM 像の品質向上を実験的に実証した結果を報告する．

**清水千晶（武蔵野大学）(Short presentation 3)**

**A finite difference method and its error estimate for a system of nonlinear Klein-Gordon equations**

本研究では空間 1 次元のある非線形 Klein-Gordon 方程式系を考察する．この方程式系はある保存量を持つが，この保存量を再現する差分スキームを提案する．また，この差分スキームの保存量，誤差が満たす方程式の構造，離散ソボレフの不等式や離散グロンウォールの不等式を利用して，差分スキームの安定性，整合性，収束性を示す．ポスター発表では，この差分スキームの保存量，各性質の証明のアイデアや数値例を紹介する．

**楊家宝（武蔵野大学）（Short presentation 4）**
**The 9th Chebyshev method in non-convex, non-smooth optimization problems**

Some continuous optimization methods can be viewed as numerical methods applied to ordinary differential equations, and the derivation and analysis of optimization methods have been conducted from the perspective of numerical analysis. Ushiyama, Sato and Matsuo (2022) proposed an efficient method based on numerical methods with a wide stable region for convex function optimization. On the other hand, Riis, Ehrhardt and Quispel (2022) examined optimization problems of non-differentiable and non-convex functions, and devised optimization methods to monotonically decrease the objective function. In this talk, we propose a method that combines the method proposed in Ushiyama, Sato and Matsuo (2022) with the method proposed in Riis, Ehrhardt, Quispel (2022), and prove that the proposed method monotonically decreases the objective function.

**Hatem Zaag（CNRS・Sorbonne Paris North University）**
**Construction of a stable touch-down solution for a parabolic MEMS model**

In this talk, we are interested in the mathematical model of MEMS devices which is presented by the following equation on $(0,T)\times\Omega$:

$$\partial_t u = \Delta u + \frac{\lambda}{(1-u)^2\left(1+\gamma\int_\Omega \frac{1}{1-u}dx\right)^2}, \qquad 0 \le u < 1,$$

where $\Omega$ is a bounded domain in $\mathbb{R}^n$ and $\lambda, \gamma > 0$. In this work, we have succeeded to construct a solution which quenches in finite time $T$ only at one interior point $a \in \Omega$. In particular, we give a description of the quenching behavior according to the following final profile

$$1-u(x,T) \sim \theta^* \left[\frac{||x-a||^2}{|\ln|x-a||}\right]^{1/3} \qquad \text{as} \qquad x \to a, \;\; \theta^* > 0.$$

The construction relies on some connections between the quenching phenomenon and the blowup phenomenon. More precisely, we change our problem to the construction of a blowup solution for a related PDE and describe its behavior. The method is inspired by the work of Merle and Zaag [Reconnection of vortex with the boundary and finite time quenching, Nonlinearity10 (1997) 1497–1550] with a suitable modification. In addition to that, the proof relies on two main steps: A reduction to a finite-dimensional problem and a topological argument based on index theory. The main difficulty and novelty of this work is that we handle the nonlocal integral term in the above equation. The interpretation of the finite-dimensional parameters in terms of the blowup point and the blowup time allows to derive the stability of the constructed solution with respect to initial data.

宮本安人（東京大学）

**Radial single point rapture solutions for a general MEMS model**

球領域における MEMS 方程式を含む準線形楕円型方程式の正値球対称解からなる分岐図式を求めたい．ここで，非線形項は一般的な増大度を持つ関数とし，微分の項はラプラシアン，p-ラプラシアン，k-ヘシアンを含むように一般化した作用素となっている．分岐図式を求める上で鍵となる rapture solution の存在と一意性と，古典解による近似を証明する．また，rapture solution と古典解の交点数が無限大となるための非線形項の増大度（指数）を求め，この指数が Joseph-Lundgren 指数と密接に関係していることを示す.

鈴木貴（大阪大学）

**Theory of MEMS: A Mathematical Model in Multi-Physics**

The model MEMS is derived from elastic and electric theories. It is reduced to hyperbolic and parabolic equations with or without non-local terms and mathematical analysis reveals the mechanism of touchdown in accordance with the set of stationary solutions. I describe several characteristic profiles of the reduce models and their effective parameter regions.