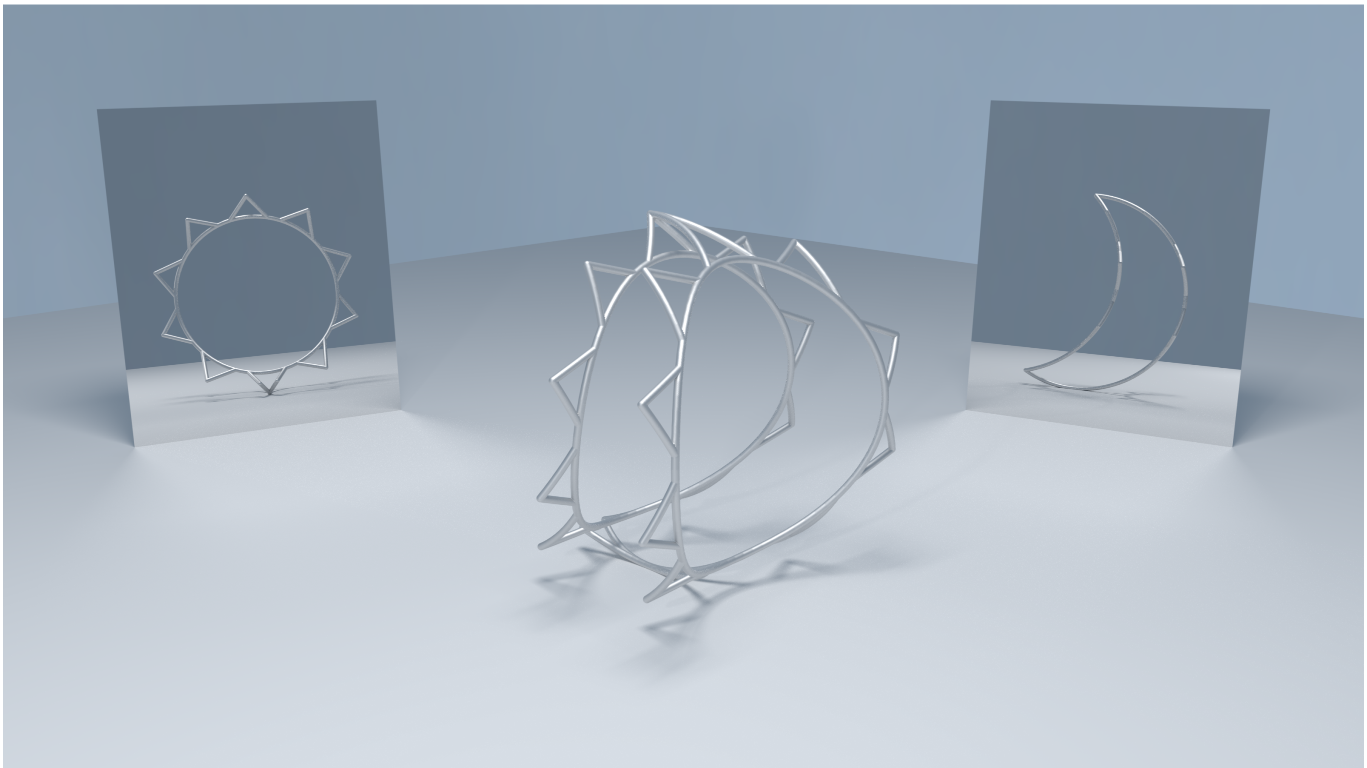
MIMS 現象数理学研究拠点共同研究集会

幾何的解析と形状表現の数理

アブストラクト集



２０１８年8月２４日（金）・２５日（土）

明治大学 中野キャンパス６階 研究セミナー室３（６０３号室）

主催：明治大学先端数理科学インスティテュート「現象数理学研究拠点」

プログラム

8月24日（金）［会場：6階 研究セミナー室3］

13:30～14:20	○森口 昌樹（明治大学 先端数理科学インスティテュート）	
	1	**視体積交差法と錯視立体**
14:20～15:10	○室谷 浩平（公益財団法人 鉄道総合技術研究所）	
	2	**粒子法のためのポリゴンと粒子の混合境界表現**

15:20～16:10	○山本 修身（名城大学）	
	3	**剰余類を用いた魔方陣の効率的な数え上げについて**
16:10～17:00	○今堀 慎治（中央大学 理工学部 情報工学科）	
	4	**実社会で生じる図形配置問題に対するアルゴリズム設計**

8月25日（土）［会場：6階 研究セミナー室3］

10:00～10:50	○長井 超慧（東京大学大学院工学系研究科 精密工学専攻）	
	5	**産業応用に向けた形状処理技術**
10:50～11:40	○Supanut Chaidee (Department of Mathematics, Faculty of Science, Chiang Mai Univ.), Kokichi Sugihara (Meiji Institute for Advanced Study of Mathematical Sciences, Meiji Univ.)	
	6	**Spherical Laguerre Voronoi Diagram as a Tool for Modeling the Spherical Tessellations**

12:50～13:40	○今井 敏行（和歌山大学 システム工学部）	
	7	**幾何処理で正確であってほしい情報と近似算法**
13:40～14:30	○谷口 隆晴（神戸大学大学院システム情報学研究科，JST さきがけ）， 小松 瑞果（神戸大学大学院システム情報学研究科）， 大川 剛直（神戸大学大学院システム情報学研究科，JST CREST）	
	8	**情報幾何学を用いた発展型ネットワークモデルに基づく相転移に着目した異常検知の試み**

14:40～15:30	○杉原 厚吉（明治大学 先端数理科学インスティテュート）	
	9	**脳の直角優先性を利用した多義立体の設計法**

視体積交差法と錯視立体

森口 昌樹（明治大学 先端数理科学インスティテュート）

視体積交差法とは，複数の 2 次元図形（3 次元形状の輪郭を表している）から 3 次元形状を構築するための基本的手法である．このとき，それぞれの 2 次元図形に対応する視点情報も与えられているものとする．この手法は，はじめにそれぞれの 2 次元図形を逆投影して掃引体を計算し，それから全ての掃引体に含まれる形状を抽出する．抽出された形状は視体積交差メッシュと呼ばれる．入力図形が適切な条件を満たせば，視体積交差メッシュを指定された視点から観察すると指定された図形に見える．図 1 は入力図形が二つの場合の例で，太線が視体積交差メッシュである．この例では，視体積交差メッシュは 2 次元メッシュではなく，1 次元メッシュ（ワイヤーフレーム）になっている．本研究では，入力図形が二つの視体積交差メッシュに限定して，その接続性を効率的に計算する手法を提案する．また，連結な視体積交差メッシュの錯視立体作成への応用についても述べる．

入力のサイズ（二つの図形の複雑度の和）を n で表すと，視体積交差メッシュの計算には $\mathrm{O}(n^2)$ の時間複雑度と $\mathrm{O}(n^2)$ の空間複雑度がかかる．そのため，視体積交差メッシュを陽に構築してから接続性を計算すると $\mathrm{O}(n^2)$ 時間と $\mathrm{O}(n^2)$ 空間が必要になる．提案手法は，計算位相幾何学の二つのツール

- merge 木（サブレベルセットもしくはスーパーレベルセットの位相の変化を表したグラフ）
- persistence pairing

を利用して，視体積交差メッシュを陽に構築せずにその接続性を判定することに成功した．これにより時間複雑度，空間複雑度をともに $\mathrm{O}(n \log n)$ まで下げることができた．

杉原によって提案された変身立体 (ambiguous cylinder) は錯視立体の一種で，「二つの特定の視点から観察すると，全く異なる形に見える」という境界曲線を持つ “円柱” である．変身立体の境界曲線は，円柱の側面に遮蔽されないように構築しなければならない．視体積交差メッシュの “最上部” は円柱の側面に遮蔽されずに見ることができる（図 2）．そのため，視体積交差メッシュが連結な場合は，それを変身立体の連結な境界曲線として利用することができる．

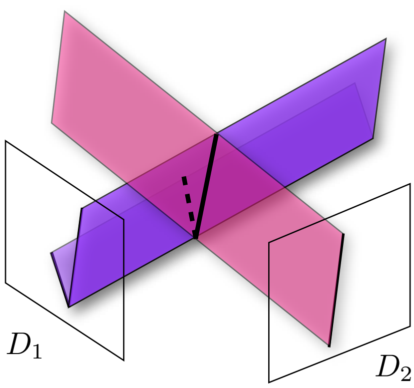


図 1　二つの図形 D_1, D_2 に対する視体積交差メッシュ（黒色の太線）．

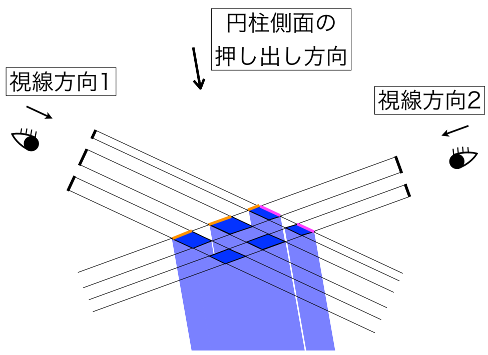


図 2　入力図形（黒色の太線）と視体積交差メッシュ（濃い青色の領域）の断面図．視体積交差メッシュの “最上部” は円柱の側面（薄い青色の領域）に遮蔽されない．

粒子法のためのポリゴンと粒子の混合境界表現

室谷浩平（公益財団法人　鉄道総合技術研究所）

流体シミュレーションにおいて、流体と接する固体壁に境界条件を設定する必要がある。流体シミュレーションとして粒子法を用いた場合、流体と接する固体壁を表現するために、図１のような「固体壁を固体壁粒子の集まりとして扱う方法」と図２のような「固体壁を固体壁ポリゴンで扱う方法」が存在している。流体シミュレーションにおける粒子法では、計算対象の粒子を中心とした影響半径内に入る粒子の物理量を積分する必要がある。「固体壁を固体壁粒子のみで計算する方法」の場合は、固体壁付近の流体粒子は、影響半径内に入る固体壁内部の物理量を積分する必要があるため、影響半径内に入る固体壁粒子を積分点とみなして、固体壁粒子がもつ物理量の重み付加算を行う。固体壁内部の物理量は流体部分の物理量から決まるため、固体壁粒子を配置して物理量を与える必要なく、流体部分の物理量から固体壁内部の積分ができる。この原理をもちいるのが、「固体壁を固体壁ポリゴンのみで計算する方法」である。

「固体壁を固体壁ポリゴンのみで計算する方法」の場合、流体粒子の影響半径内に固体壁ポリゴンの面が唯一であれば、アルゴリズムは単純であり精度良く計算できる。これは、固体壁ポリゴンの面の十分に内部に限られる。一方で、流体粒子の影響半径内に固体壁ポリゴンの頂点や辺が含まれるような場合、固体壁ポリゴン面が２つ以上存在するため、固体壁ポリゴンを計算するアルゴリズムが複雑になる。

本研究では、図３にしめすように、固体壁の大部分を占める固体壁ポリゴンの面の十分内部には、計算コストの低い「固体壁ポリゴン」を配置し、固体壁ポリゴンを用いた場合にアルゴリズムが複雑になる固体壁ポリゴンの辺や頂点の部分には、精度が良く、計算が単純である「固体壁粒子」を配置することで、計算コストが低く、アルゴリズムが単純で、精度が良い「固体壁に固体壁粒子と固体壁ポリゴンを併用する方法」を提案する。

図４と図５は、車輪とレール間の水膜の挙動解析の車輪とレールに固体壁粒子と固体壁ポリゴンを併用する方法で解析を実施した例である。

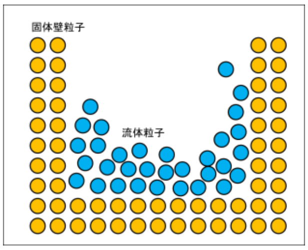


図１．固体壁を固体壁粒子の集まりとして扱う方法

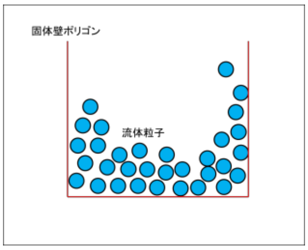


図２．固体壁を固体壁ポリゴンで扱う方法

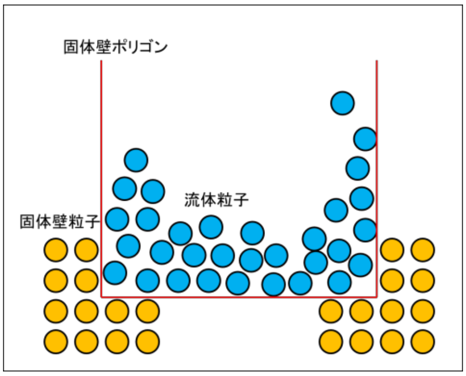


図３．固体壁粒子と固体壁ポリゴンの併用

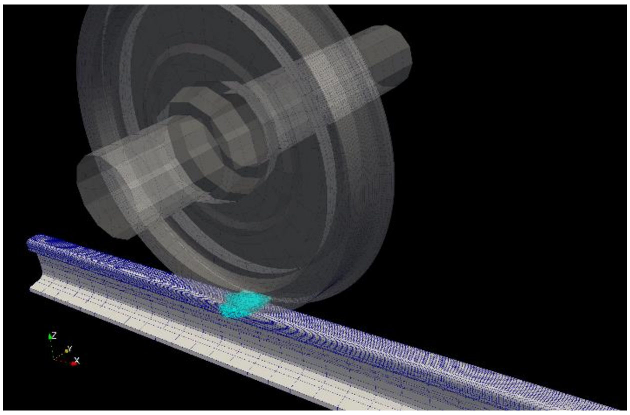


図４．車輪レール間の水膜の挙動解析

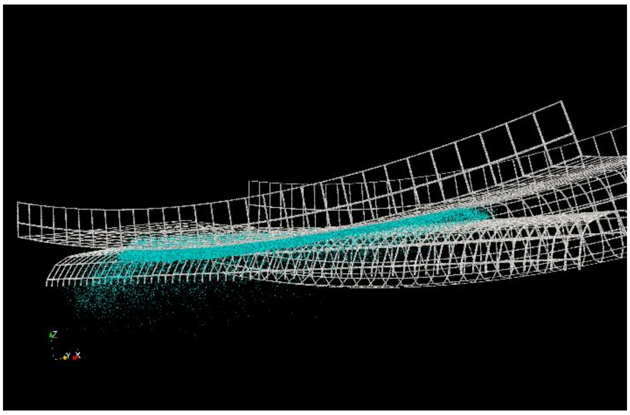


図５．固体壁粒子と固体壁ポリゴンの併用例

剰余類を用いた魔方陣の効率的な数え上げについて

山本 修身 (名城大学)

On Efficient Enumeration of Magic Squares Using Residue Classes

Osami Yamamoto (Meijo University)

1　魔方陣と剰余魔方陣の定義および魔方陣の総数について

n 次魔方陣とは 0 から n^2-1 までの整数を重複なく $n \times n$ のマトリックス状に並べたもので，縦，横および対角線上の数の和がすべて等しい（魔法和条件）もののことである．n 次魔方陣の集合を M_n と書く．M_n の任意の要素 $m = [x_1, \ldots, x_{n^2}]$ に対して魔方陣を構成する数を整数 p で割った余りに置き換えた並び $[x_1 \bmod p, \ldots, x_{n^2} \bmod p]$ を剰余魔方陣と呼び $\varphi_p(m) = m \bmod p$ と書くことにすれば，整数 p による n 次剰余魔方陣の集合は $RM_n^p = \varphi_p(M_n) = \{\varphi_p(m) \mid m \in M_n\}$ と定義される．逆に $r \in RM_n^p$ に M_n の部分集合 $X_r = \{m \in M_n \mid \varphi_p(m) = r\}$ を対応させれば φ_p は M_n 上の類別を与える．すなわち，$\bigoplus_{r \in RM_n^p} X_r = M_n$ となる．この性質から $|M_n| = \sum_{r \in RM_n^p} |X_r|$ が得られ，何らかの方法によって，それぞれの $|X_r|$ が求まれば n 次魔方陣の総数を求めることができる．

本稿では PM_n^p を用いた魔方陣の総数の計算法を提案する．特に数え上げ可能な魔方陣の集合のうち最大と思われる 5 次魔方陣 M_5 の要素数の計算法について説明する（6 次魔方陣は約 1.77×10^{19} 個存在し [1]，数え上げ不可能と思われる）．5 次までの魔方陣の総数は通常のバックトラック法を用いて数え上げることができる．$n = 5$ については，総数が 22 億程度あり（普通習慣的に回転と裏返しによるパターンを同一視して数えるのでパターン数は 8 分の 1 となるが，ここでは同一視していない），普通に数えると 10 時間から 100 時間程度の計算時間を要する．本稿では剰余魔方陣を用いてより効率的な数え上げを試みる．

2　5 次魔方陣数え上げのための提案手法

本節では，まず剰余魔方陣を直接計算する方法について考える．剰余魔方陣の集合 RM_n^p の満たす性質は次のとおりである．

1. RM_n^p の要素は $k = 0, \ldots, p-1$ の数によって構成され，それぞれの k が出現する回数は $\lfloor (n-k)/p \rfloor$ となる．
2. それぞれの要素の各行，各列および対角線上の数の和の p による剰余はすべて $(n^2-1)n/2 \bmod p$ に等しい．

この性質を満たす並びをすべて列挙した集合を $\overline{RM_n^p}$ と書こう．RM_n^p はこの集合の部分集合となっている．この集合は M_n と同様にバックトラック法によって求めることができるが，小さな p については M_n に比べてずっと小さな集合となる．また，求められたそれぞれの要素 r を M_n の部分集合 X_r と同一視すれば，$\overline{RM_n^p}$ を求めることは，M_n の分割を計算していることになる．

ここで，2 つの異なる X_r が魔方陣上の変換によって結ばれることがある．魔方陣には魔方陣性を保存する回転や裏返しなどを含むいつくかの変換が知られている [2]．この変換によって結ばれる X_r の個数は同一であり，独立にそれぞれの個数を求める必要はない．5 次魔方陣については，このような変換を考慮する

7	9	10	11	4
19	6	22	1	21
18	16	2	13	17
20	3	23	5	24
0	15	14	12	8

Fig. 1　An optimal assignment order of magic square of order five derived by a simulated annealing algorithm. The values of the variables in red squares are determined by four variables already determined.

ことにより約 60 分の 1 まで X_r の個数を減らすことができる．ただし，この割合は p に依存する．

$\overline{RM_n^p}$ のそれぞれの要素についてこのような変換で結ばれる要素を縮約してから，それぞれの X_r に含まれる魔方陣を計算することができる．この場合，個別に得られた $\overline{RM_n^p}$ の要素のそれぞれについてその要素をバックトラック法で求めると効率が悪い．そこで，$\overline{RM_n^p}$ の要素をメモリ上に木構造として展開し，その木に沿って M_n の要素を列挙していく方法をとる．

さらに，ある程度大きな p について剰余魔方陣の集合を直接求めるのではなく，その約数 q による剰余魔方陣の集合 $\overline{RM_n^q}$ をあらかじめ求めて，その結果から $\overline{RM_n^p}$ を求めることにより，より効率的に集合を計算することができる．

Fig. 1 に示す順に要素の値を決めるバックトラック法を用いて 5 次魔方陣の総数を計算した．この順序は simulated annealing を用いて出来る限り早くそれぞれの魔法和条件が満たされる並びとして求めたものであるが，実際には順序によって性能にゆらぎがあるので，複数の順序を生成して性能の良さそうなものを選択した．以下のように 2 種類の剰余魔方陣の集合を経て M_5 の個数を数えた：

$$\overline{RM_5^5} \to \overline{RM_5^{10}} \to M_5.$$

計算には Apple MacPro (CPU: Intel 8-core Xeon E5-1620 v3 3.5 GHz, メモリ: 64 GB, コンパイラ: clang 7.3.0, コンパイラオプション: -O3) を用いた．この計算では $\overline{RM_5^5}$ の計算に 10.63 秒，$\overline{RM_5^5}$ からの対称性等の除去と重複度の記録に 30.02 秒，$\overline{RM_5^5}$ から $\overline{RM_5^{10}}$ を作るのに 39.91 秒，$\overline{RM_5^{10}}$ から M_5 を数え上げるのに 12 分 10 秒を要し，合計 13 分 40 秒で数え上げた．この計算はすべてシングルコア上で行い並列機能は一切使用していない．

文　献

[1] Pinn, K. and Wieczerkowski, C.: Number of magic squares from parallel tempering Monte Calro. *Int. J. Mod. Phys.* C 9, pp. 541-547 (1998)

[2] 大森 清美: 魔方陣の世界．日本評論社 (2013)

実社会で生じる図形配置問題に対するアルゴリズム設計

中央大学 理工学部 情報工学科　今堀 慎治 (Shinji Imahori)

図形配置問題とは，様々な大きさをした図形を互いに重ならないように容器に配置する問題の総称であり，図形の形状や配置制約，目的関数等により様々な種類の問題を含んでいる．大部分の図形配置問題は NP 完全であるため，効率的に最適な配置を得ることは難しいとされており，標準的な図形配置問題に対する近似解法や発見的解法，メタ戦略の研究が盛んに行われてきた．

一方，製造業や運輸業を中心として，実社会に現れる様々な課題が，図形配置問題の形式で記述できることが知られており，実用上からも重要な問題であると認識されている．しかし，実社会で生じる図形配置問題は，個々の問題に特有の複雑な制約条件や目的関数を有することが多く，標準的な問題に対するアルゴリズムをそのまま適用することが難しいという状況が生じる．本研究では，このような複雑な図形配置問題に対するアルゴリズム設計について検討を行う．

本研究で扱う問題は次の 2 つである．これらの問題は，運輸業および製造業で実際に生じた課題を，図形配置問題として定式化した問題であり，2015 年と 2018 年に開催された（開催中の）図形配置アルゴリズムの設計コンテストにおいて課題となった問題である．

初めの問題は，直方体の形状をもつ複数のコンテナと荷物が与えられたときに，全ての荷物をコンテナ内に配置し，使用するコンテナの数の最小化を目的とする，コンテナローディングと呼ばれる問題である．標準的な 3 次元の直方体配置問題に対するアルゴリズムが存在するが，ここでは自動車部品を配送することを想定した，様々な制約条件を考慮する必要があり，標準アルゴリズムをそのまま適用して実用的な荷物の配置を得ることは難しい．本研究では，標準的な図形配置問題である,（1 次元）ナップサック問題と 2 次元ビンパッキング問題に対するアルゴリズムを活用することにより，複雑な制約条件を有する 3 次元直方体配置問題を解くことを試みた．提案したアルゴリズム，およびベンチマーク問題に対する数値実験の結果を報告する．

2 つ目の問題は，長方形の形状をもつ複数の母材と製品が与えられたときに，全ての製品を母材内に配置し，使用する母材の数の最小化を目的とする，2 次元ビンパッキング問題と呼ばれる問題である．ここでは，ガラス産業で生じる 2 次元ビンパッキング問題を考えるが，標準的な制約条件に加えて，次の 3 つの特徴的な条件を考慮する必要がある．1. 製品を母材からギロチンカットによって切り出す必要がある， 2. 母材には傷がついている箇所があり，この部分は製品として利用することができない，3. 製品には部分的な製造順序が与えられており，この順序に従って製品を配置する必要がある．この問題は，現在実施中の図形配置アルゴリズム設計コンテストの課題であり，現在アルゴリズムを設計している．研究途上の内容にはなるが，この問題に対する取り組みについても紹介する．

産業応用に向けた形状処理技術

東京大学大学院工学系研究科精密工学専攻　長井　超慧
E-mail: yukie@den.t.u-tokyo.ac.jp

概要：製品製造過程の検査・計測・形状取得等において、製品現物の 3 次元スキャンは欠かせない技術である。3 次元スキャンには、現物の表面形状のみ取得する光学式スキャンと、現物の内部形状も取得可能な X 線 CT スキャンがあり、スキャンデータの用途や現物の性質により使い分けられている（図１）。産業応用における形状スキャンの特徴の一つは、計測対象となる製品のサイズ・形状特徴・素材が多様なことである。これらの多様性により、品質の良いスキャンデータの取得やデータ処理が困難になっている（図２左）。現在、スキャン装置の高性能化・カスタマイズ化が進んでいるが、ユーザは従来人の手で達成されてきた高い形状精度に迫る精度を求めており、その期待に応える品質のスキャンデータを得ることは未だ難しい。形状処理技術は、現時点でのハードウェア技術だけでは解決できないスキャンデータの高品質化に有効であると期待される技術である。また、スキャンデータからの形状抽出、形状解析等にもソフトウェアによる形状処理技術は欠かかすことができない。

本発表では、産業応用において 3 次元スキャンの利用を促進するための形状処理技術の利用例として、光学式スキャンデータに対するノイズ・欠損に頑健な表面メッシュ生成法、X 線 CT スキャンデータから効率よく組立品の部品毎の表面メッシュを抽出する手法（図２右）、X 線 CT データから検査・解析用データを生成する手法等を紹介する。

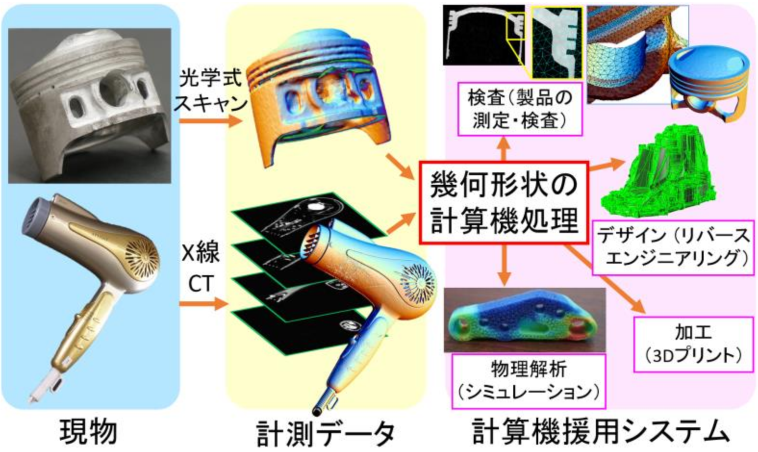


図１　産業応用においてスキャンデータの計算機処理が果たす役割

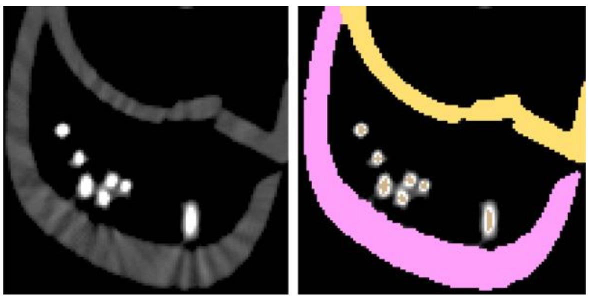


図２　アーチファクト（放射状の黒線）を含む CT データと、ソフトウェアによるセグメンテーション

Spherical Laguerre Voronoi Diagram as a Tool for Modeling the Spherical Tessellations

Supanut Chaidee[a], Kokichi Sugihara[b]

[a]Department of Mathematics, Faculty of Science, Chiang Mai University, Thailand
[b]Meiji Institute for Advanced Study of Mathematical Sciences, Meiji University, Japan

Abstract

Many natural phenomena display as tessellation patterns. We focused on the tessellation patterns of the objects which can be approximated by spheres. In computational geometry, Voronoi diagrams, the partitioning of space in a way that each point in the space is assigned to the nearest point called generator, are fruitful concepts to analyze tessellation patterns.

We were interested in the spherical Laguerre Voronoi diagram (SLVD), one of the weighted Voronoi diagrams on the sphere. We focused on the viewpoint of the inverse Voronoi diagram problem. In the recognition problem, the problem to judge whether or not the given tessellation is a Voronoi diagram, we studied the transformation of polyhedra corresponding to the given SLVD and proposed the algorithm to judge whether the given tessellation is SLVD or not. With the properties of those polyhedra, we were able to propose algorithms for approximating given spherical tessellations with the SLVD. The experiments were done using the planar photographic images of the fruit skin patterns. We found that it is promising to use the SLVD as a tool for modeling the tessellation in the real world, especially in the case of fruit skins.

In addition to the inverse Voronoi diagram problem, we studied the model to generate the tessellation patterns on the sphere dynamically. By assumptions in real-world, we proposed the generator pushing model and simulated with artificially generated data. The results showed the tendency of the distribution of resulting spherical circles. Therefore, it is promising to investigate the proposed processes and define it as the centroidal spherical Laguerre Voronoi diagram.

[a]The talk of the first author is a part of the follow-up research fellowship program (FY2018), arranged by Japan Student Services Organization (JASSO), Japan.

[a]E-mail address: supanut.c@cmu.ac.th (S. Chaidee).

幾何処理で正確であってほしい情報と近似算法

今井 敏行 [1]
[1] 和歌山大学システム工学部
e-mail : timai@sys.wakayama-u.ac.jp

1 正確であってほしい構造情報

計算機で保持される幾何情報は, 面や辺の数, それらの隣接・接続情報といった構造にかかわる情報 (構造情報) と辺の長さや角の大きさといった寸法にかかわる情報 (計量情報) に分かれる. 大雑把に言って, 幾何情報のうち離散値を持つのが構造情報, 連続値を持つのが計量情報である [1]. どちらが先かといえば, 構造情報である. 例えば, 辺なら, それあることが分かって初めてその長さが意味を持つからである. 効率的な算法は, しなくてもよい計算を省くことで達成される. しなければならない計算は省けないからである. 一般的に, 近似をしたら近似解しか得られないという常識がある. しかし構造情報は離散値をとる. したがって, 近似算法でも構造情報なら厳密解が得られる可能性がある. 厳密な構造情報が得られてから, 計量情報は必要な精度で計算すればよい.

本研究においては幾何処理の分野で近似算法により厳密解を求める処理の枠組みを作りを目指している. ここでは, 生成元が線分や円の勢力圏図構成を点列で近似した勢力圏図構成算法で厳密解を求める方法を例にその枠組みを示す.

円や線分を一様に細かく点列で近似すると, 計算量の増大が問題となる.

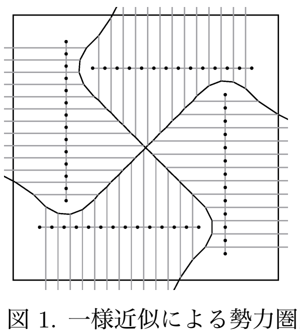


図 1. 一様近似による勢力圏図

例えば図 1 くらいの点の数でも中央部分で領域の隣接関係が正しくない. 構造情報を厳密に求めるだけなら多くの部分で粗い近似をする. 詳細な近似が必要なのは, 図形のごく一部の, 構造情報の決定が困難な場合に限られる. 詳細な近似が必要な部分が少ないため高速性も確保されると期待できる. これが本研究の特色となっている.

2 本研究の枠組みとしての基本算法

構成算法の基本的な形は, 次のとおりである.

0. 初期近似をする
1. 構造情報が全域で正しければ終了.
   正しいと言い切れない部分があれば 2 へ.
2. その部分だけ近似精度を上げ 1 に戻る.

初期近似においては, 線分や円を数点で近似する. 構造情報の正しさは, 現在得られている領域の境界辺が, すべて局所的に存在するといえるか判定して調べる. 存在するといえないときに, 判定に影響するところに点を付加する. 局所的に存在すると全域でいえれば構造情報は正しい. 図 1 に対して, 図 2 の点数で正しい構造情報が得られる.

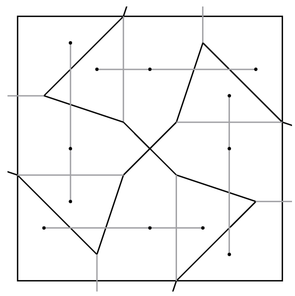


図 2. 構造的に正しい勢力圏図

円と線分の勢力圏分割も基本的に同様に得られる (図 3, 無限に伸びる辺を省略).

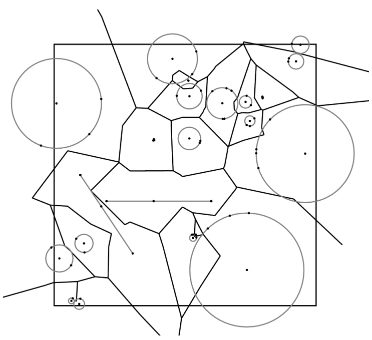


図 3. 円と線分の勢力圏

本研究の一部は科学研究費補助金による.

参考文献

[1] 杉原厚吉, 計算幾何学, 朝倉書店, 2013.

情報幾何学を用いた発展型ネットワークモデルに基づく相転移に着目した異常検知の試み

谷口隆晴（神戸大学大学院システム情報学研究科, JST さきがけ）
小松瑞果（神戸大学大学院システム情報学研究科）
大川剛直（神戸大学大学院システム情報学研究科, JST CREST）

近年，情報通信技術を用いた農業の効率化を目的とする，スマートアグリと呼ばれる研究が盛んになっている．本研究では，特に，放牧牛の管理に着目する．牛はコミュニティを形成するなど，社会的な動物として知られているが，情報通信技術を用いてコミュニティやその変化を検知し，それを管理に用いる研究は，ほとんど行われていない．そこで，本研究では，牛のもつ社会性を応用した管理システムの開発を目標とし，放牧牛の行動を GPS を用いて記録し，それを解析することで，牛のコミュニティ解析や，コミュニティに現れる異常検知手法の構築を目指す．

上記のような目的を背景に，本発表では，小規模の時間発展型ネットワークに対する数理モデル [1] に基づく，ネットワークモデルの相転移を利用した異常検知手法について述べる．情報幾何学は，統計モデルが自然に定める多様体などに関する幾何学であり，統計モデルは Riemann 多様体とみなせることが知られている．情報幾何学を用いた発展型ネットワークモデルは，ネットワークに対する統計モデルが定める Riemann 多様体上の時系列モデルである．このようなモデルを考えることで，任意の静的ネットワークモデルに対して，それを基礎とした時間発展型モデルを構築することができ，さらに，それを様々な時系列解析手法と結びつけることができる．ネットワークに対する統計モデルとしては，指数ランダムグラフモデルが知られている（[2] など）が，指数ランダムグラフモデルは，パラメータの値によって，退化とも呼ばれる相転移を起こすことがある．そこで，本研究では，これを利用し，相転移の有無によってネットワークの質的変化を検出する手法を構築し，実際に放牧牛のコミュニティ異常検出に応用する．

参考文献

[1] T. Yaguchi and M. Komatsu, Autoregressive Models on Statistical Riemannian Manifolds for Analysis of Evolutionary Networks, Data Science, Statistics & Visualisation 2018, book of abstracts, p. 118.

[2] G. Robins, P. Pattison, Y. Kalish and D. Lusher, An Introduction to Exponential Random Graph Models for Social Networks, Social Networks. 29 (2007) 173–191.

脳の直角優先性を利用した多義立体の設計法

杉原厚吉（明治大学、先端数理科学インスティテュート）

複数の解釈ができる 2 次元の多義図形は、ネッカーの立方体、シュレーダーの階段など古くから知られているが、3 次元立体でも同様に多義的な解釈ができるものが見つかっている。見る方向によって異なるシルエットが見えてくる多シルエット彫刻、立体の同じ部分を見ているのに見る方向によって異なるものが見えてくる多義柱体などである。しかし、そのほとんどは、2 種類の解釈を持つものである。3 種類以上の解釈を持つものもあるが、その作り方は発見的な方法に頼らざるを得ないものであった。これに対して、本研究では、2 種類の多義性、3 種類の多義性、さらにそれを組み合わせた 6 種類の多義性をもつ立体の統一的な設計法を提案する。

2 次元図形は奥行きの情報を持たないため、立体としての解釈は無限の可能性があるが、脳はその中で最も直角を多く含む立体を知覚する傾向がある。また、下から見上げた状況より上から見下ろした状況を知覚する傾向が強い。これらの心理学的知見を次のように利用する。

面が互いに直角に接続されてできた多面体を直角立体と呼ぶ。直角立体の平行投影図は 3 組の平行線のみによって描かれた図となる。この図を水平面上に置き、一組の平行線が垂直に見える方向から斜めに見下ろすと、脳は直角立体を上から見下ろしたという解釈をすると期待できる。さらに知覚される立体は、図を正面から見た時と比べると垂直方向に圧縮された形となる。したがって、3 組の平行線のそれぞれが垂直に向く方向から見た時、別の方向へ圧縮された立体となるため、互いに異なる立体であるという印象が生まれる。さらに、一組の平行線が垂直に見える方向は二つあるが、上から見下ろすという解釈が優先されるために、互いに高さが反転した立体が知覚される。この投影図に、重力方向を表す 3 次元構造を追加すると、上の知覚がさらに強くなる。以上のことを利用すると、（1）互いに反対方向から見下ろすと高さが反転して異なる立体に見える多義性と、（2）3 組の平行線のそれぞれが垂直に見える方向から見たとき異なる立体が知覚されるという多義性が生まれる。図 1 は、階段図形に 3 次元支柱を追加した立体による高さ反転の多義性、図 2 は直角立体の投影図に旗を追加した立体による 3 種類の多義性を実現した例である。

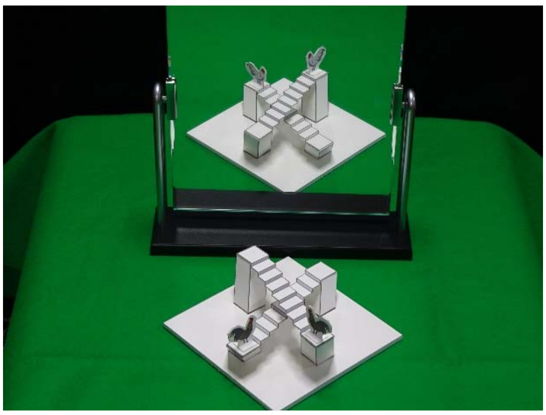


図 1．高さ反転立体「階段の立体交差」

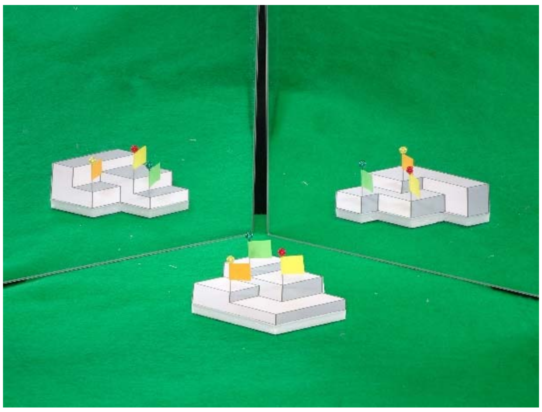


図 2．3 方向多義立体「旗のある風景」

MIMS 現象数理学研究拠点共同研究集会

幾何的解析と形状表現の数理
アブストラクト集

２０１８年８月２４日（金）・２５日（土）
明治大学 中野キャンパス６階 研究セミナー室３（６０３号室）
主催：明治大学先端数理科学インスティテュート（MIMS）
連絡先：杉原厚吉（MIMS） kokichis@meiji.ac.jp
森口昌樹（実行委員会事務局） moriguchi@meiji.ac.jp