

「箱入り ATCP のドローンによる運搬に関する一考察」

阿部 綾 Aya ABE (Meiji University)

折紙工学研究の一環として、緩衝材としてハニカムボードに代わる箱入りアッセンブリトラスコアパネル (Box in Assembly Truss Core Panel: BATCP) が開発された。ATCP は四面体と八面体のハーフの各コアから構成されており、これらを箱に詰めて充填する。それぞれのコアの中に、iPS 細胞、血液、ブドウ、イチゴ、卵などを入れる。すなわち、本研究では、BATCP に緩衝材としての役割と運搬箱の両方の役割を持たせることを考える。運搬として、自動車、船、飛行機、を考えている。また、過疎地においては、ドローンで運ぶことを考えている。さて、上述の運搬対象はそれぞれに、極力避けたい周波数帯域がある。そのため、サスペンションを設け、問題となる周波数帯域で伝達特性を低くすることを考える。本報では、一連の研究の方向を示し、第 1 報として、BATCP をドローンで運び、当地で落下させたときの傷み具合を見る。

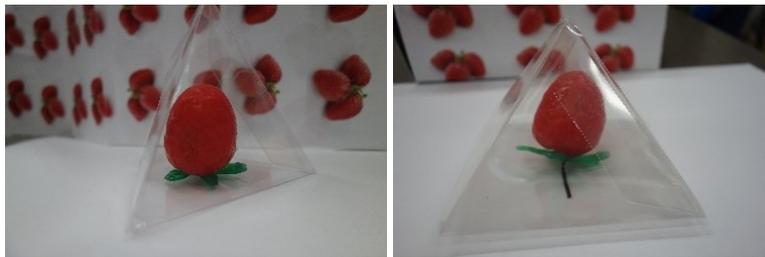


Fig. 1 A strawberry in tetrahedron and in octahedron.



Fig. 2 Strawberries in each truss core.



Fig. 3 Vertically stacked and horizontally stacked BATCP filled with truss cores.

4次元超立方体と仕切りのある箱の折り畳み

奈良知恵 (Chie Nara)

明治大学先端数理科学インスティテュート (Meiji University, MIMS)

cnara@jeans@ocn.ne.jp

厚みを無視でき紙のように折り目によって折れる素材でできた直方体の箱を切込みや伸縮なしで連続的に平坦化する方法[1]に対して、無数の方法が筆者ら [2] によって示されている。しかし、仕切りの入った箱について連続的に平坦化する方法を見出すことは新しい問題となる。

そこで、図 1 の仕切りのある箱について検討してみた。これは 4 次元の超立方体の 3 次元空間への射影として用いられる図と同一である。ちなみに、4 次元の超立方体は 24 個の正方形の面を持ち、任意の正方形の面を指定したとき、この面上へすべての正方形の面を 4 次元の中で連続的に平坦化できることを筆者ら [3] は示した。3 次元の中で図 1 の立体を捉えると、正方形の面が 12 個で合同な等脚台形 12 個からなる仕切りのある立方体となる。内部は立方体 1 個と切頂正四角錐 6 個に分割される。中央の立方体のサイズは任意とする。ここでは、このような構造を内部にもつ立方体を **4 次元超立方体構造の仕切りのある箱**と呼ぶことにする。しかし、このような箱を連続的に平坦化することは容易ではない。ここでは、まず、平坦折り畳み状態が存在すること、すなわち、各面を有限個の折り目で折り畳んで、それらを元の面同士の結合関係を保存するような貼り合わせが可能であることを述べる (図 2 参照)。

定理. 4 次元超立方体構造の仕切りのある箱は外側の正方形の任意の面上への平坦折り畳み状態が存在する。

4 次元超立方体構造の仕切りのある箱は、互いの 2 面角を保存するような直方体に一般化しても同様な結果は得られる。

図 1.

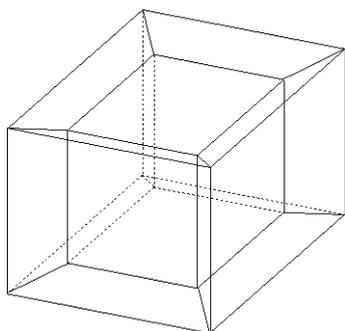
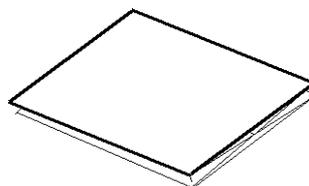


図 2.



謝辞 この研究は科研費 (C)(16K05258)の支援を得ています。

References

- [1] Demaine, E.D., O'Rourke, J, Geometric folding, Algorithms, Linkages, Origami, Polyhedra. Cambridge University Press, 2007.
- [2] Itoh, J., Nara, C., Vilcu, C. Continuous flattening of convex polyhedral. *Comp. Geometry*, EGC 2011, LNCS 7579, Springer (2012) 85-97.
- [3] Itoh, J., Nara, C. Continuous flattening of the set of the square faces in a hypercube. In the abstracts of JCDCGGG 2017. Full version is submitted.

封筒による立体化学の再学習

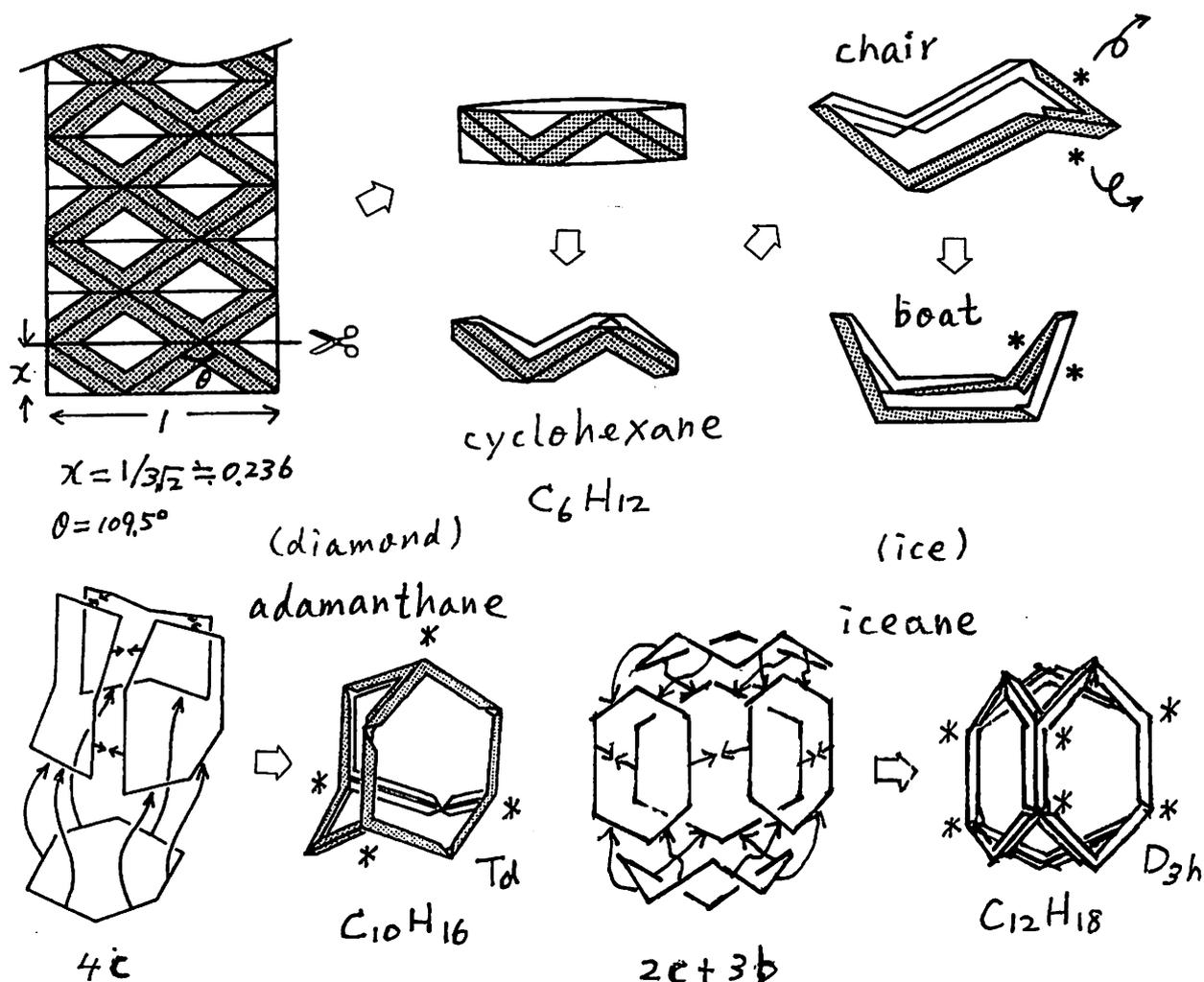
細矢 治夫

(お茶の水女子大学)

ダイヤモンド格子と氷の結晶中での酸素原子の作るネットワークは、いずれも正四面体を基調としてできているのだが、化学の初等教育の段階では、従来きちんと扱われていなかった。それらの模型を折紙で作ることはかなり難しいが、今回は著者が大分以前に提案した封筒細工によってこれらのことを再学習することができたので報告する。

基本は、封筒に次のような作図をして切り取った紙の輪から、シクロヘキサン C_6H_{12} の椅子型 (c) と舟型 (b) を作ることにある。c 4 枚からアダマンタン $C_{10}H_{16}$ 、c 2 枚と b 3 枚からアイスアン $C_{12}H_{18}$ ができる。それらの対称性はそれぞれ T_d と D_{3h} で、それらが 3 次元的に成長したのが、ダイヤモンド格子と氷の結晶である。

更に、これらの構造に関連する化合物群についての話題も提供する。



円内接多角形の外接円半径公式の計算と解析

森継 修一 *

筑波大学図書館情報メディア系[†]

円内接多角形問題とは、

「円に内接する n 角形の各辺の長さ a_1, a_2, \dots, a_n が与えられたとき、その n 角形の面積 S および外接円の半径 R (さらにそれらの関係) を a_1, a_2, \dots, a_n の式で表せ。」

という古典的な幾何学の問題である。現代数学では、長年未解決だった $n = 5, 6$ に対する「面積公式」を Robbins [2] が発見 (1994 年) して以来、面積公式に関する研究が数多く存在する。

一方で、終結式による消去計算を得意とする和算家は、建部賢弘「研幾算法」(1683 年) および井関知辰「算法發揮」(1690 年) において、「五角形の外接円の直径は 14 次方程式で表される」ことを示した。これらと同じ終結式の原理により、半径公式の計算に本格的に取り組み、 $n = 6, 7$ の場合の具体的な形が導かれたのは、筆者の論文 [1] が初めてである。以下、 $y = R^2$ と置き換えて、七角形の半径公式は次の形となる。

$$\Phi_7(a_i; y) = C_{38}y^{38} + \dots + C_1y + C_0 \quad (337,550,051 \text{ 項}) \quad (C_i \in \mathbf{Z}[a_1^2, \dots, a_7^2]) \quad (1)$$

さらに、筆者はこれを基本対称式 ($s_1 = a_1^2 + \dots + a_7^2, \dots$) によるコンパクト表現に変換することに成功した。

$$F_7(s_i; y) = \tilde{C}_{38}y^{38} + \dots + \tilde{C}_1y + \tilde{C}_0 \quad (199,695 \text{ 項}) \quad (\tilde{C}_i \in \mathbf{Z}[s_1, \dots, s_7]) \quad (2)$$

同様の計算手法を八角形に適用した場合、現時点で展開が完了している部分は、より大きなサイズの係数 P_{27}, \dots, P_{14} (これらの計算は極めて困難と見積られる) を除いて、以下のとおりである。

$$\Phi_8^{(+)}(a_i; y) = P_{38}y^{38} + \dots + P_{28}y^{28} + (\bar{P}_{27}y^{27} + \dots + \bar{P}_{14}y^{14}) + P_{13}y^{13} + \dots + P_0 \quad (3)$$

$$F_8^{(+)}(s_i; y) = \tilde{P}_{38}y^{38} + \dots + \tilde{P}_{28}y^{28} + (\tilde{P}_{27}y^{27} + \dots + \tilde{P}_{14}y^{14}) + \tilde{P}_{13}y^{13} + \dots + \tilde{P}_0 \quad (4)$$

$$(P_i \in \mathbf{Z}[a_1, \dots, a_8], \tilde{P}_i \in \mathbf{Z}[s_1, \dots, s_7, \sqrt{s_8}], \sqrt{s_8} = a_1 \cdots a_8)$$

これらの式の形状を解析すると、例えば \tilde{P}_{20} は、全体で 34,290 項、全次数 = 50、 $\sqrt{s_8}$ について 12 次、さらに、各 u_j を全次数 = 50 - 4j ($j = 0, \dots, 12$) の同次式として、次の形で表されると予想される。

$$\tilde{P}_{20} = u_0(s_1, \dots, s_7) + u_1(s_1, \dots, s_7)\sqrt{s_8} + \dots + u_{12}(s_1, \dots, s_7)\sqrt{s_8}^{12} \quad (5)$$

このとき、新たな計算手法として、各 u_j を未定計数法による数値補間で求めることが今後の課題である。

参 考 文 献

- [1] Moritsugu, S.: Computing Explicit Formulae for the Radius of Cyclic Hexagons and Heptagons, *Bulletin of Japan Soc. Symbolic and Algebraic Computation*, **18**(1), 2011, 3–9.
- [2] Robbins, D. P.: Areas of Polygons Inscribed in a Circle, *Discrete & Computational Geometry*, **12**(1), 1994, 223–236.

*moritsug@slis.tsukuba.ac.jp

[†]本研究は科研費 (25330006) の助成を受けたものである。

Tetramonohedron Development with Minimum Cut Length

Erik D. Demaine*

Martin L. Demaine*

Ryuhei Uehara†

Assume that you are given a large sheet of material, from which you would like to make n packages of the same shape Q . The sheet is tough so cutting is expensive, so you like to minimize the total length of cut. To minimize the total length of cut and to reduce waste of material, we focus on *tiling* shapes P . The sheet is large and n is huge, so the boundary shape of the sheet itself is insignificant. Then what is the best shape of P ? We focus on the case that P folds into a tetramonohedron Q , i.e., a tetrahedron made from four congruent triangles. It is known that any development of a tetramonohedron tiles the plane [2]. Therefore, we can focus on minimizing the cut length without worrying about whether the unfolding P will tile.

Minimizing the cut length when we develop a given polyhedron is a natural question. Surprisingly, however, there is little research on this topic. Akiyama et al. [1] investigate the minimum length of cutting to develop each of five regular polyhedra. In this paper, we generalize the result for a regular tetrahedron from [1] to a family of tetramonohedra.

Then Q has the maximum volume if it is a regular tetrahedron. On the other hand, when P has the minimum cut length, Q is of volume 0. That is, there is a trade-off between volume and cut length. We investigate this trade-off for tetramonohedra whose faces are isosceles triangles. When we focus on these target polyhedra, four isosceles triangles of size $1 : \sqrt{14}/2 : \sqrt{14}/2 = 1 : 1.87 \dots : 1.87 \dots$ form a reasonable solution from the viewpoints of volume and cut-length.

Let Q be any tetramonohedron folded from an acute triangle T . Let P be the net of Q obtained by minimum total cut length. Applying the analysis in [1], we can observe that the minimum cut lines form a Steiner tree on the surface of Q that spans the four vertices of Q (Figure 1(a)). When we cut along the Steiner tree, we obtain a net as shown in Figure 1(b). When Q is a tetramonohedron, the resulting net P is a hexagon such that (1) each angle is 120° , and (2) two parallel edges are of the same length.

Let Q be any tetramonohedron of surface area 4 that consists of four congruent isosceles unit triangles.

That is, Q can be specified by two parameters a, b such that a unit triangle made by an edge of length a and two edges of length b . Because the triangle is acute, we have b/a is in $(1/\sqrt{2}, \infty)$. Based on case analysis, we obtain the following theorem:

Theorem 1 *Let Q be a tetramonohedron of surface area 4 that consists of four congruent isosceles unit triangles. Then the volume of Q is given by $\frac{16a^2 - a^6}{144}$, and the minimum cut length is given by $\min\{\sqrt{\frac{8}{a^2} + \frac{a^2}{4}}, \sqrt{\frac{13a^2}{16} + \frac{1}{a^2} + \sqrt{3}}\}$.*

References

- [1] J. Akiyama, X. Chen, G. Nakamura, and M.-J. Ruiz. Minimum Perimeter Developments of the Platonic Solids. *Thai J. of Mathematics*, 9(3):461–487, 2011.
- [2] J. Akiyama and C. Nara. Developments of Polyhedra Using Oblique Coordinates. *J. Indones. Math. Soc.*, 13(1):99–114, 2007.

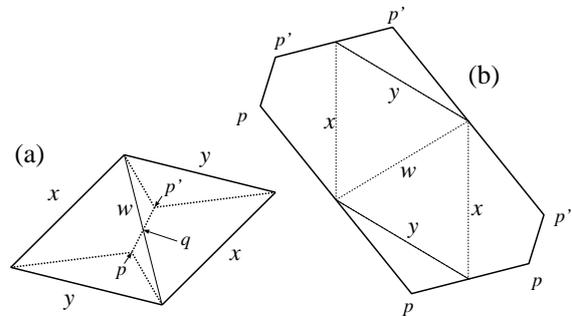


Figure 1: Minimum-cut Steiner tree, and resulting hexagon.

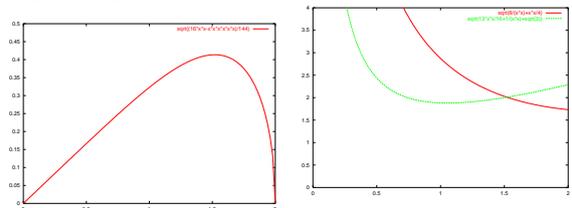


Figure 2: Volume

Figure 3: Minimum cut length

*MIT, {edemaine,mdemaine}@mit.edu

†JAIST, uehara@jaist.ac.jp

等面四面体の source unfolding

山岸義和 (龍谷大学 理工学部) (西崎惇也、佐治拓道との共同研究)

2018年8月17日-18日「折紙数学と折紙工学を基盤とする産業応用」明治大学

等面四面体とは、各面が互いに合同な(鋭角)三角形であるような四面体をいう。とくに正四面体は等面四面体である。等面四面体 M の頂点を O, A, B, C とする。 M を平面上に置いて滑らないように転がすと、三角形による平面タイル張りが得られ、射影 $\pi: \mathbb{R}^2 \rightarrow M$ が得られる。平面の原点 $0 = (0, 0)$, 点 $u = (1, 0)$, $v = (v_1, v_2)$ に対して $\pi(0) = O, \pi(u) = A, \pi(v) = B$ と仮定する。このとき $\pi(-u+v) = C$ である。格子 $L = u\mathbb{Z} + v\mathbb{Z} \subset \mathbb{R}^2$ を考えると、 $\pi^{-1}(O) = 2L, \pi^{-1}(A) = u + 2L, \pi^{-1}(B) = v + 2L, \pi^{-1}(C) = -u + v + 2L$ である。一般に $p \in \mathbb{R}^2$ に対して $P = \pi(p), \Lambda(p) := \pi^{-1}(P)$ とおくと、 $\Lambda(p) = \pm p + 2L$ と表される。

$\Lambda(p)$ を母点集合とする平面のポロノイ分割を考える。すなわち、各母点 $\alpha \in \Lambda(p)$ のポロノイ領域

$$T(\alpha) = \{\zeta \in \mathbb{R}^2 : |\zeta - \alpha| \leq |\zeta - \beta|, \forall \beta \in \Lambda(p)\}$$

を考える。 $\mathbb{R}^2 = \cup_{\alpha \in \Lambda(p)} T(\alpha)$ は平面のタイル張りを与える。各タイル $T(\alpha)$ は互いに合同である。

$T(p)$ は、点 $P \in M$ に関する source unfolding と呼ばれる。多角形 $T(p)$ の内部を $\text{int}(T(p))$ とする。 $G := M \setminus \pi(\text{int}(T(p)))$ cut locus という。 G の部分に切り込みを入れた $M \setminus G$ は、多角形(の内部) $\text{int}(T(p))$ を折り曲げたものである。 p と任意の点 $z \in \text{int}(T(p))$ を両端とする線分 $\ell(p, z)$ の像 $\pi(\ell(p, z))$ は、 M 上で P から $\pi(z)$ への最短経路(測地線)となる。

平面で $O_0 = 0, A_0 = u, B_0 = v, C_0 = -u + v$ とする。 p が三角形 $\Delta O_0 B_0 C_0$ の周または内部を動くとして、 $T(p)$ が何角形となるかを調べる([1]では正四面体の場合に調べた)。三角形 $\Delta O_0 B_0 C_0$ の垂心を H_0 とする。 $A_1 = -u + 2v, A_2 = -u$ と

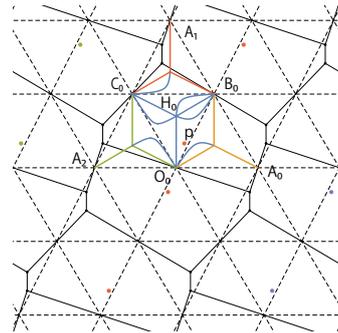


図1 等面四面体による平面タイル張り。source unfolding が六角形の場合。

おくと、 H_0 は三角形 $\Delta(A_0, A_1, A_2)$ の外心である。

命題 1 $p = H_0$ のとき、 $T(p)$ は三角形である。

命題 2 p が線分 $\ell(H_0, O_0), \ell(H_0, B_0), \ell(H_0, C_0)$ 上(ただし端点 H_0, O_0, B_0, C_0 を除く)のとき、 $T(p)$ は五角形である。

以下、 $p \in \Delta H_0 O_0 B_0$ について考える。

命題 3 二次曲線の部分集合 γ が存在して、 $p \in \Delta O_0 B_0 H_0 \setminus \gamma$ に対して $T(p)$ は六角形であり、 $p \in \gamma \cap \Delta O_0 B_0 H_0$ に対して $T(p)$ は四角形である。

辺 $O_0 B_0$ の中点を K_0 とする。 $\Delta O_0 B_0 C_0$ が二等辺三角形 $O_0 C_0 = B_0 C_0$ の場合、 $\gamma = \ell(H_0, K_0) \cup \ell(O_0, B_0)$ である。 $O_0 C_0 \neq B_0 C_0$ の場合、 γ は H_0 と B_0 または C_0 を結ぶ弧である。

参考文献

- [1] 物部侑吾, 山岸義和, 正四面体の cut locus, 第14回日本応用数学会研究部会連合発表会, 2018年3月15日, 大阪大学.

4次元超立方体の2次元展開について¹

堀山 貴史

埼玉大学 理工学研究科

多面体の展開図は、多面体をその辺にそって切り、平面に開くことで得られる単純多角形である。展開図は、辺を共有する面を接着してできる(2次元の)木状の多角形とみることができる。たとえば、図1左の立方体には辺にラベルを付けてあり、青太線の辺(a, b, c, f, i, j, k)で切り開くことで、右の展開図を得る。ここで、立方体の各面が共有する辺をもとに、面の接続関係を描くと、展開図中に赤色で示した木構造が見て取れる。一般に、この概念を多次元に拡張して、d次元多胞体の展開図は、(d-2)次元面を共有する(d-1)次元面を接着してできる、(d-1)次元の木状の(d-1)次元多胞体とされる。

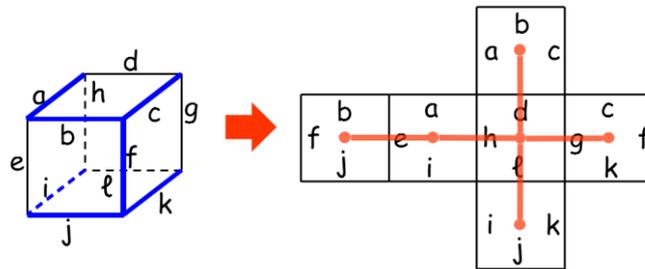


図1: 立方体とその展開図

本講演では、展開図の多次元への拡張の新たな概念として、d次元多胞体の2次元展開を提案する。これは、d次元多胞体を構成するすべての(2次元の)面をもとに、辺を共有する面を接着してできる(2次元の)木状の多角形である。図2は、4次元超立方体の2次元展開図の例である。講演では、4次元超立方体の2次元展開を中心に、2次元展開図の性質について述べる。

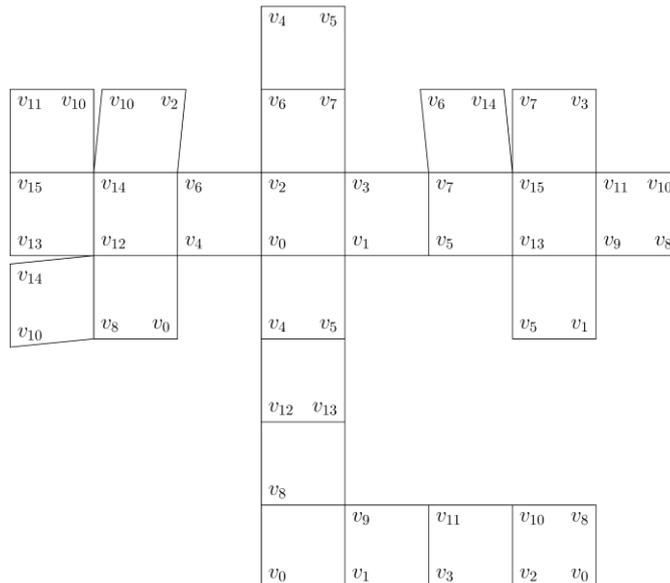


図2: 4次元超立方体の2次元展開図

¹ 伊藤仁一(椋山女学園大学), 奈良知恵(明治大学)との共同研究

折紙工法による紙/樹脂/金属製ATCPの開発

～ATCP (Assembly Truss Core Panel)～ 奈良高専 機械工学科 寺田耕輔

1.はじめに: 2014年に発表したATCP¹⁾の特徴は、正四面体コアと正八面体ハーフコアを組立てることによって空間充填して高剛性化を図った構造体である。紙/樹脂/金属などの素材や板厚などは用途に合わせて選定し、素材を折紙のように曲げ加工しコアを組立てる。ここでは、紙/樹脂/金属製ATCPの開発状況^{2,3)}について報告する。なお、ここでの樹脂は、汎用性の高いPP(ポリプロピレン)シート(厚さ0.3/0.5mm)を使用している。

2.接着剤を使用しない紙/樹脂製ATCP緩衝材: 設計しやすかつ接着剤なしでコア形状凍結できるコア展開図について種々検討の結果、三角定規の角度(30,45,60,90°)をベースに、正四面体および正八面体ハーフの展開図(図1)を作成し、フランジ角45°で底面重心位置とフランジ側辺が90°をなすフランジ幅では接着剤なしで良い形状凍結性が生じる。正四面体コアと正八面体ハーフコア等の多数のコア用いて空間充填構造を組立てると衝撃を吸収できる緩衝材となる。接着剤は不要であるが、多数のコアを包み込む格納用アウターは必要である。図2は、FEMモデルを用いて41個(=25+16)の正八面体ハーフコアと40個の正四面体コアにより空間充填した81個(=25+16+40)のコアからなるATCPとa=65mmのPP製ATCPを示す。図3は、正五角形(ペンタゴン)筒のなかに10個(=5+5)の正八面体ハーフコアと5個の正四面体コアにより合計15個のコアで空間充填したATCPとPP製ATCPを示す。正八面体ハーフコアの頂点における角度 θ は、約70.6°であるから、正八面体ハーフコア5個分で約353°となり360°に少し満たないが、ほぼ空間充填を達成する。ATCPは、多数のコアで格納体の空間内をある程度充填していれば、緩衝材として機能する。このようなATCP緩衝材の各コア内部あるいはコア外の空間に卵、野菜、菓子、各種製品などを格納すれば、搬送時に必要なクッションとして活用できる。

PP製ATCPの3点曲げ剛性試験結果(図4)により、 $\delta=70\text{mm}$ の曲げ変形時でも損傷しないことが示されている。仮に、損傷が生じても接着剤を使用していないため、再Assemblyで修復できる利点がある。ATCPをFEMモデル化しFEM解析で曲げ剛性を評価することが可能であり、用途に応じたATCP設計(コア数、紙厚、材質など)が行える。



図1 接着剤なしの紙/PP製正四面体コア、正八面体ハーフコア作品例と展開図 (長さa=65mm, 紙厚0.2mm, PPシート厚さ0.3/0.5mm)

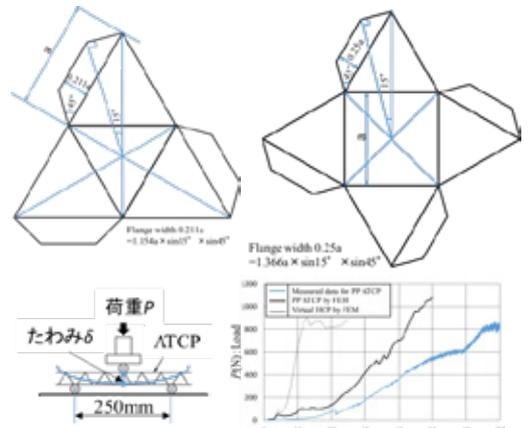


図4 荷重Pとたわみ δ 測定結果とFEM解析結果例



図2 コア81個モデルとPP製ATCP(350×350×55) 図3 コア15個モデルとPP製ATCP (高さ145mm, a=65mm)

3.有孔パネルを利用した金属製ATCP: 上下プレートに穴あけ工程を省略するため、例として穴ピッチ横方向8mm、縦方向14mmピッチ、板厚1.5mm, SUS304有孔パネル(図5)に対応したフランジ穴位置設計を展開図(図6)に示す。フランジ幅寸法は図1の設計手法から決定され、穴位置はコア頂点から半径aの円上にフランジ穴中心位置を近似的に設置することで、有孔パネル(図5)の穴を上下プレートの穴として利用できる。必要のない穴はあけない対策は可能である。コア形状とメガフォン形状のイメージ図(図7)から、コア底面を音源側に設置すれば逆メガフォン状になり吸音効果も期待される。これまで、折線加工はマシニングセンター or NCルーターで切断加工はレーザーを利用していたが、現在は折線加工はくさび型で加圧する方法とし、切断加工は打抜き型で行ない効率化を進めている。

図8は、有孔パネル2枚(SUS304, 板厚1.5X長さ1000X高さ800)と折紙工法で製作したスチール製コア12個を用いて、パーティションをAssemblyしている。吸音効果と通気性がある透けた構造のため、オフィスや家庭用パーティションとしての活用や高速道路用防音壁として検討しているが、吸音性能の実験による定量的な評価は今後の課題である。

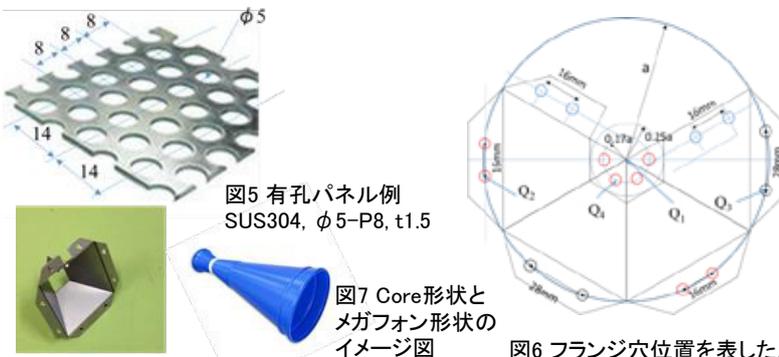


図5 有孔パネル例 SUS304, $\phi 5$ -P8, t1.5

図7 Core形状とメガフォン形状のイメージ図

図6 フランジ穴位置を表した展開図と取付状態

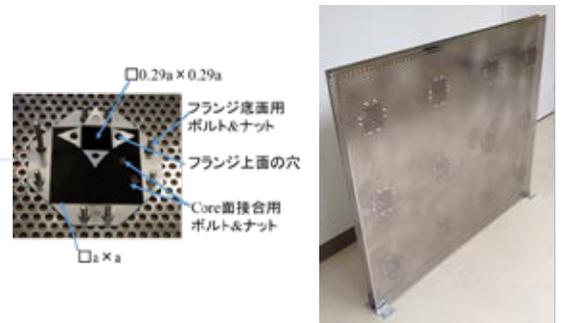


図8 パーティションATCP

4.まとめ: 紙/樹脂/金属製ATCPの開発を今後も進め課題を解決して、実施例を増やしていきたい。

- 1)寺田耕輔, 佐藤秀俊, 牧田哲暢, 高橋徹, 萩原一郎, “組立式トラスコアパネルの開発”, 福島工業高等専門学校研究紀要, 55, 1-5, (2014)
- 2)寺田耕輔, 戸倉直, 佐藤秀俊, 牧田哲暢, 萩原一郎, “組立式軽量高剛性構造パネルの曲げ剛性評価”, 日本機械学会論文集, No. 15-00039, Vol.81, No.828, DOI: 10.1299/transjsme.15-00039, (2015)
- 3)寺田耕輔, 戸倉直, 高橋徹, 萩原一郎, “組立式トラスコアパネル(ATCP)の実用化開発”, 福島工業高等専門学校研究紀要, 58, 1-8, (2017)

15次元のかたち遊び

宮崎興二(京都大学名誉教授 miyazakiiok@gmail.com)

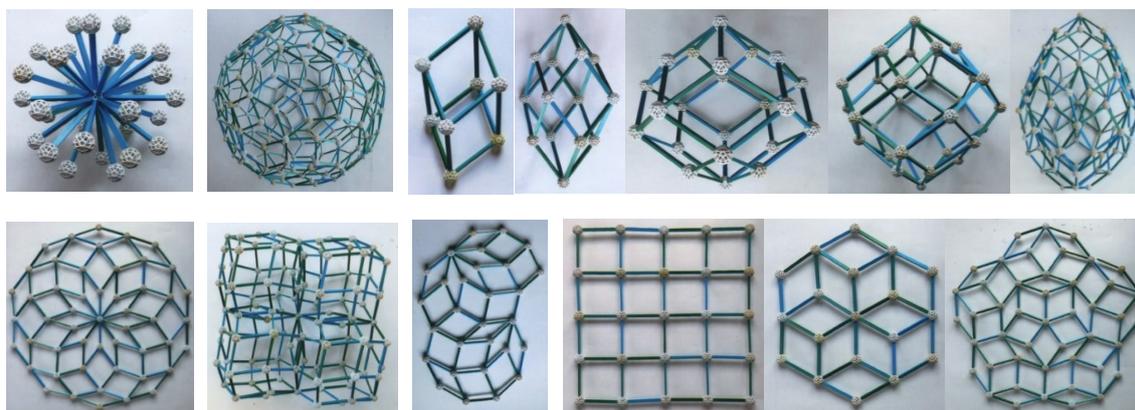
石井源久(株式会社バンダイナムコスタジオ m4-ishii@bns-g.com)

自然界や人工界のかたちの解析や創成の世界に新風を吹き込むため、15次元立方体が15次元空間の中で構成するさまざまな造形の3次元空間への直投影について、折り紙でも製作可能な模型を作りながら概観する。

つまり、正多面体の中の正十二面体あるいは正二〇面体の相対する稜線の中点を結ぶ15本の直線を15次元直交15座標軸の3次元空間への単位長の等しい直投影と考え、その中にさまざまなかたちで埋め込まれる15次元の立方体やその立方体による15次元空間充填図形としてのポリキューブの模型を作成する。模型には3次元から14次元までのすべての立方体やポリキューブが、単位長が一定という作成の簡便さを伴いながら含まれていて、2次元平面や3次元空間の周期的ならびに非周期的な埋め尽くし模様のほかきわめて応用範囲の広い図形を見せる。同じような造形を可能にする座標軸は、正多面体群の対称性を持つ配列に限れば、6次元や10次元の場合も考えられるが、15次元が最多の本数を持つ。

得られるかたちは15次元空間では単なる立方体やその組み合わせになっているにすぎないが、3次元空間へさまざまに直投影すると、自然界や人工界の造形を基礎的に支えているピタゴラスの正タイル貼りやペンローズ・パターンといった、周期的あるいは非周期的な格子模様ならびにそのさまざまな変形を幅広く規則的に構成することができる。

しかもそれらはすべて、正方形としての菱形、正六角形を構成する1種類のみの菱形、正十角形を構成する2種類の菱形の、合わせて4種類の菱形を側面とする14種類の菱形六面体を単位としていて、ユニット折り紙や、編み紙の技法によって作成可能となっている。

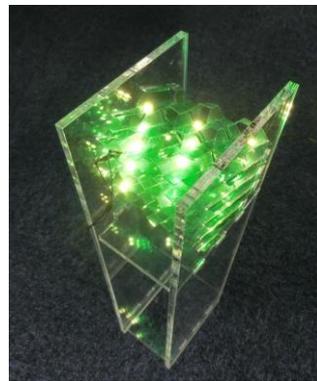
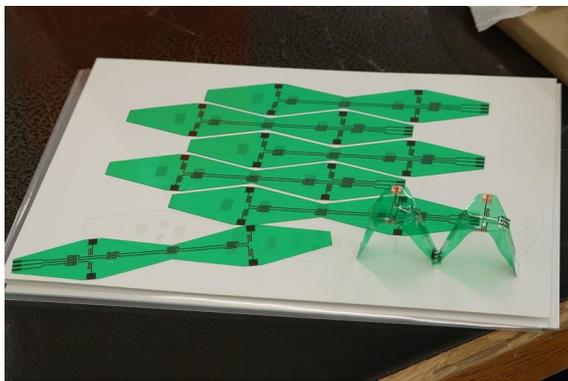


上段左から、15次元の座標軸、15次元立方体の外殻例、15次元立方体の中の3, 4, 5, 6, 10次元立方体の外殻例。下段左から、平面に退化した10次元立方体、6次元立方体の連結、平面に退化した4次元ならびに5次元立方体の連結、周期的な正方格子と菱形格子、非周期的な菱形格子。ゾム製。

プリントド・エレクトロニクスと折紙の融合

東京大学大学院情報理工学系研究科 齊藤一哉 (ksaito@akg.t.u-tokyo.ac.jp)

低エネルギー、低コストで電子回路の生産を可能にするプリントド・エレクトロニクスは次世代のIoTの中核をなす技術として注目されている。また近年、ソフトロボットやウェアラブルコンピューターなど、柔軟な素材を利用した新しいロボットや電子デバイスが多数提案されており、柔軟性を持ち繰り返し変形させることが可能であるフレキシブル基盤へのニーズが高まっている。折紙の世界では、コンピュータ折紙の発展により、形状のみならず動きや機能を含め、複雑な構造を1枚のシートの上に設計できるようになっている。近年、ロボティクス分野ではこれらの設計プロセスと熱収縮シートや形状記憶合金によるSelf-Folding(自己折り)技術を組み合わせた様々な折紙ロボットが提案されている。これらの折線設計技術や折紙ロボットと最新のプリントド・エレクトロニクス、フレキシブル・エレクトロニクスの融合により、複雑な3次元電子回路や様々な機能もつデバイスを1枚のシートから立体化する新しい技術の創成が期待される。本講演では、フレキシブル基盤技術を用いて製造された折紙ロボットやハニカム構造について紹介し、プリントド・エレクトロニクスと折紙の融合について述べる。



P-Flex™ (エレファンテック株式会社) で作成した折紙ロボットとハニカム照明器具

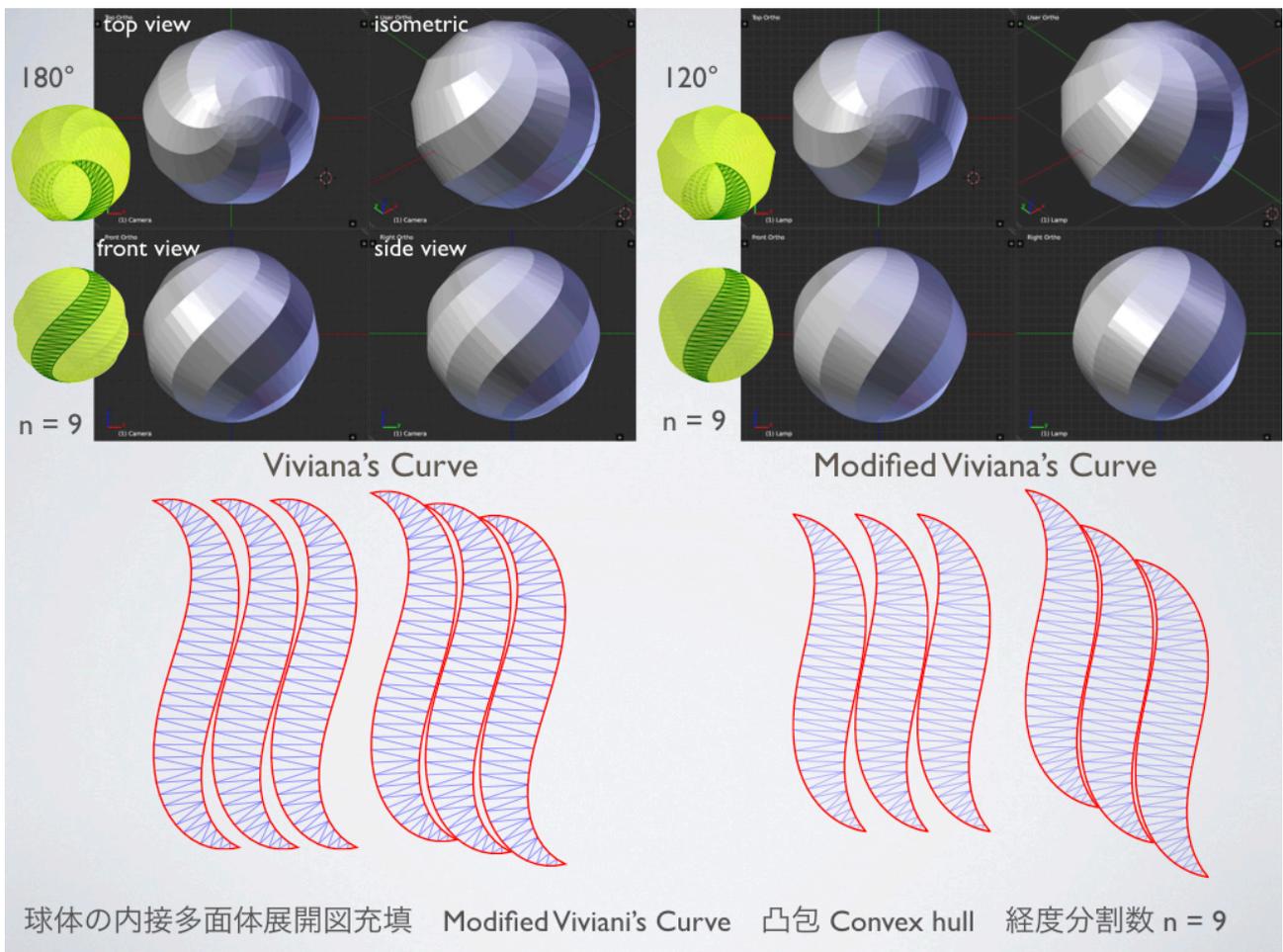
球面展開の深化設計

Design Development from Sphere Development

愛知工業大学 宮本好信
Yoshinobu Miyamoto
Aichi Institute of Technology

球面近似展開図には、りんごの皮むきパターンや地球儀の舟形地図(多円錐図法)がある。前者は 1 枚の S 字螺旋形、後者は 12~18 枚の紡錘型であり、いずれも展開図の余白が多い。球面曲線 Viviani's Curve を基準にした 5~10 枚程度の準 S 字形で、視覚的球状感に優れた造形と余白が少ない効率的展開図配置が可能である。この球面曲線から導出される可展面を応用した曲面/多面体デザイン造形作品と応用製品のデザイン手法を紹介する。

Two approximate development of a sphere are commonly known: an apple peel spiral pattern and gore segments for polyconic projection for globes. The former is a single S strip and the latter consists of 12 to 18 identical strips, and the both require large margin area in making. We propose a development method with 5 to 10 identical strips in S like shape based on Viviani's Curve to achieve visual roundness and an efficient layout of the strips. We explain polyhedral and curved design examples with developable surfaces derived from the spherical curve and demonstrate design methods for application products.





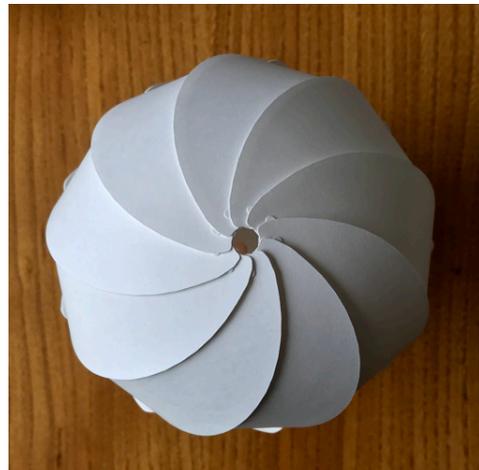
Models with Modified Viviani's Curve 凸包
経度分割数 $n = 9$



Variations of interlocking tab construction



Model with Modified Viviani's Curve 凸包
一方向重ね 経度分割数 $n = 9$



Model with Modified Viviani's Curve 凸包
一方向重ね 経度分割数 $n = 9$



Elastica Light 2010, type P
parallelogram tiles
interlocking points are on the reference sphere,
 $t=0.2\text{mm}$ paper, 12 identical strips



Elastica Light 2010, type E
elliptical tiles
interlocking points are on the reference sphere,
 $t=0.2\text{mm}$ paper, 10 identical strips

曲線折り紙のデザインとシミュレーション

筑波大学 三谷純

概要：

これまでの折り紙の幾何に関する研究の積み重ねにより、1枚の紙を折ることで意図した形を作り出すための折紙設計の手法がさまざまに考案され、それらがソフトウェアとして実装されてきた。過去には平坦に折りたたまれた状態と、その展開図に関するものが主流であったが、その後、立体的な形状も設計の対象とされ、剛体折り可能な制約を満たすもの、目的の形を多面体で近似するもの、などの性質を持った折り紙を設計するソフトウェアが開発されている。しかしながら、曲線での折りを扱うものは未だ多くない。

曲線を折って作る形は、そもそも平坦に折りたたみできないため、工学的な観点からは、その有用性は乏しいと言わざるを得ないが、その造形は意匠性を求められる用途などに活用がある。これまでは、デザイナーの経験と直感に基づいて、試行錯誤で造形されることが多かったが、一般に、曲線での折りは細かい線分での折りで近似することで、従来の直線での折りによって作られる多面体モデルで曲面を含む形状を近似表現できる。そのため、計算機を用いた形状設計のアプローチは、従来の直線での折り紙と本質的に異なるところは無い。

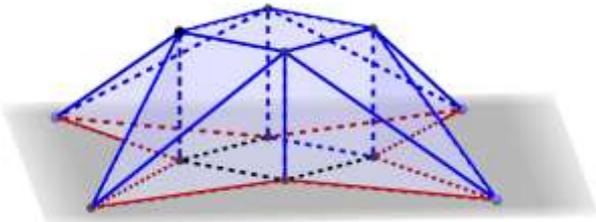
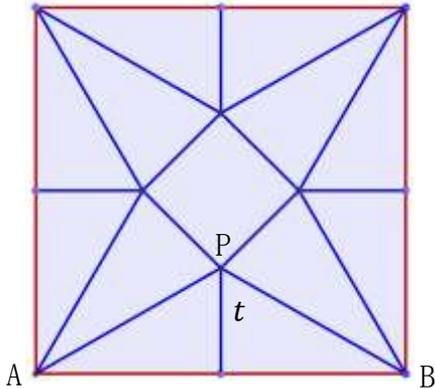
たとえば、最近では Ghassaei による Origami Simulator が、展開図から折りの様子を可視化するツールとして知られるようになってきている。このシミュレータは、直線で折ることが前提となっているが、線分の集合による曲線の近似表現と、補助線（向きを指定しない折り線）の適切な指定で、曲線での折りも扱うことができる。このようなシミュレートでは、曲面を近似する多面体の幾何形状および接続関係が一貫して変化しないとする、剛体折り紙モデルとして扱われる。しかしながら、実際の紙は柔軟に変形し、空間での折り線の形と折りの角度によって ruling（可展面を構成する直線エレメント）の並びが変化するため、従来のシステムでは、例えば曲線での折り線を大きく捻るような変形に対応することはできないという問題がある。

発表者が主宰する研究室では現在、曲線での折り操作によって得られる形を生成、シミュレートするシステムの研究開発を行っている。例えば、展開図上に定めた曲線を、指定した3次元空間に配置し、指定した角度で折った場合に得られる形状を算出するとともに、それらが連続的に変化する様子を可視化することができる。幾何学的な制約から、3次元空間での配置、折り角度は自由に設定できないため、制約を満たしつつ、対話的な操作で形状を扱えるユーザインタフェースの実装も行っている。これまでに、交差や分岐の無い複数の曲線での折りを扱うことが可能となった。交差や分岐を含む曲線の扱いや、紙の自己交差の回避などが今後の課題である。

折り紙テント

伊藤仁一 (梶山女学園大学教育学部)
堀尾直史 (荒尾市立荒尾海陽中学校)

YouTube上で折り紙の動画に以下のようなものがあつた。を閲覧していたところ、四角錐の折り紙作品の形を変え、テーブル状になることを見せていた。



$\angle PAB = 30^\circ$ に折るとちょうど都合よく元の正方形の紙の周をうまく平面に接することができる

定義 1 多角形を貼り合わせたもので境界付き曲面と同相であるものを **polyhedral surface** と呼ぶ。このとき、多角形の厚みは0とする ([1])。

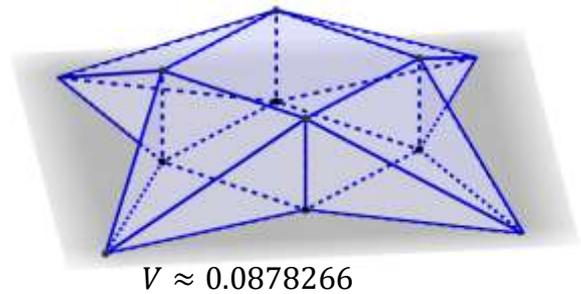
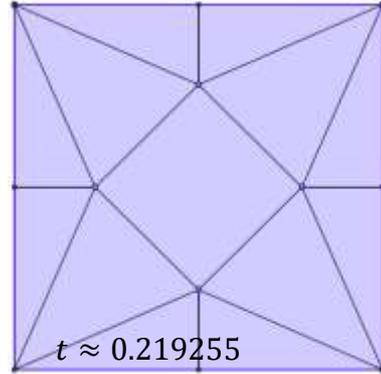
定義 2 以下を満たす連続変形 $f_t: M \rightarrow R^3, t \in [0,1]$ を R^3 における polyhedral surface M の **origami-deformation** と呼ぶ。

- (1) f_0 は包含写像
- (2) M の各面は剛性を保つ
- (3) この変形の中で2面が重なることはあるが、互いに通り抜けることはない ([1])。

定義 3 境界付き平面を origami-deformation により折ってその周の全てを平面に接させることのできる立体を **折り紙テント** と呼ぶ。

$\angle PAB=30^\circ$ に限らず、上記の定義を満たすもので体積最大になるものを考察する。

正方形の紙の場合以下野茂が体積最大であろうと予想される。



紙の形を変えた場合を少し考察した。

元の紙の形を正三角形とし、上面を六角形にした場合も同様に計算すると、体積が最大になるのはやはり六角形ではなく三角形のときである。

ここで、比較のために元の紙の面積を1、その形を正三角形、正六角形として最大の体積を求めると、正三角形の紙では約 $0.0214603 \times \left(\frac{2\sqrt[4]{27}}{3}\right)^3 \approx 0.0753156$ 、正六角形の紙では約 $0.396844 \times \left(\frac{\sqrt[4]{12}}{3}\right)^3 \approx 0.0947637$ となり、

正三角形 < 正方形 < 正六角形
ということがわかった。

参考文献

- [1] H. Maehara: Reversing a polyhedral surface by origami-deformation, European Journal of Combinatorics 31 (2010), 1171-1180

折り紙の産業応用について

明治大学 萩原一郎

1 はじめに

ペットボトルの折畳みは、これまで、「実用間近」と写真入りで朝日新聞の科学欄に報じられ[1]、またこれとは別に特許も登録されている[2]が、実用化には、至っていない。折紙構造の一つである「反転螺旋」および「順螺旋」の捩じり角柱構造を用いると良いことは知られている。しかし、これらは薄い紙素材でしか実現性がなく、ある程度の強度のある柔軟伸縮可能な素材でいかに実現するかである。このように課題も多いが、昨今我々のグループで、折り紙の産業応用に関する際立った成果が出つつある。その数例を示す。

2 自動車のエネルギー吸収材

反転螺旋折紙構造(RSC)のエネルギー吸収材としての優秀性を示す一連の研究[3]～[5]を見た自動車メーカーから共同研究の申し出があった。メインのサイドメンバーではなくクラッシュボックスではあったが、同様の課題がある。RSCで解決が得られた。しかし、ハイドロフォーミングでは製造費が高価であり新たに部分加熱回転成形法と自ら称す成形法の開発により解決しつつある。このほか、重要なテーマでの解決例を紹介する。

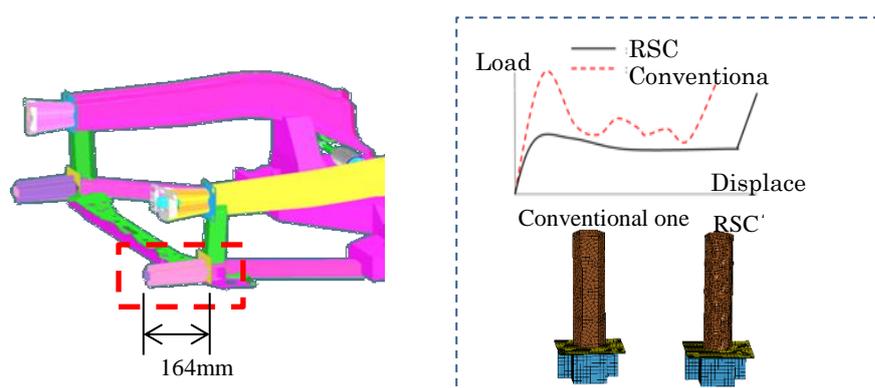


図1 クラッシュボックスの荷重変位特性比較概念図

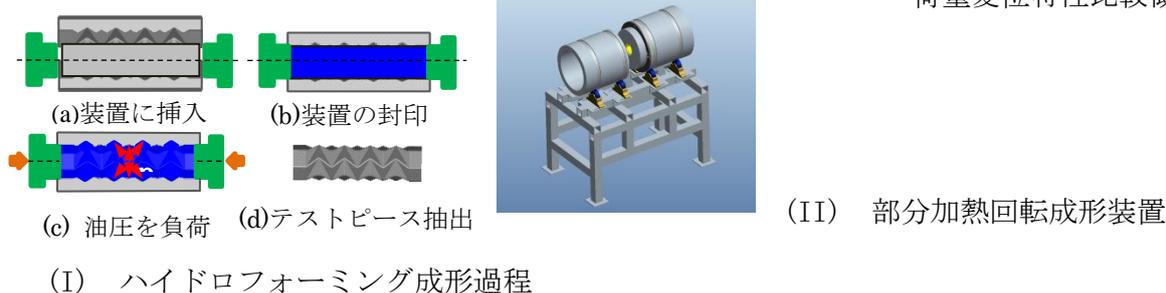


図2 ハイドロフォーミング法成形過程と部分加熱回成形装置

参考文献

- [1] 世界に飛び出せ折り紙工学—ペットボトルから宇宙船まで—2007. 12. 17 付 朝日新聞朝刊
- [2] 有尾一郎、円筒状容器およびその製造方法、特許第 4769976 号 (2011 年 7 月 1 日) .
- [3] 萩原一郎、灘吉聡、折り紙工学を利用した円筒構造物の圧潰解析、自動車技術会論文集, Vol. 34, No. 4 (2003), pp. 145-149.
- [4] 萩原一郎、山本千尋、陶金、野島武敏、反転らせん型モデルを用いた円筒形折り紙構造の圧潰変形特性の最適化検討、日本機械学会論文集 A 編, Vol. 70, No. 689 (2004), pp. 36-42.
- [5] 趙希祿、胡亜波、萩原一郎、折り紙工学を利用した円筒薄肉構造物の衝突圧潰特性の最適設計、日本機械学会論文集 A 編, Vol. 76, No. 761 (2010), pp. 10-17.