

文部科学省 現象数理学共同利用・共同研究拠点研究集会  
**文理融合を目指した折紙科学研究**

日時

平成27年11月12日(木) 11:00-17:30  
13日(金) 11:00-17:00

場所

明治大学中野キャンパス6階  
(12日603室, 13日602室)

プログラム

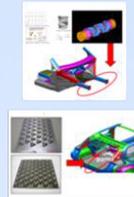
11月12日(木):

- 11時~11時30分 萩原一郎(明治大学) / 折紙ロボットの現状と課題
- 11時30分~12時 石田祥子(明治大学) / 部材の弾性変形を活かした折りたたみ式防振機構
- 13時30分~14時 川崎敏和(阿南工業高等専門学校) / 図形認識力を高めるための折り紙教材の開発
- 14時~14時30分 森継修一(筑波大学) / 円内接多角形における面積公式・半径公式・統合公式について
- 14時30分~15時 細矢治夫(お茶の水女子大学) / 折紙と封筒のはざままでウン十年
- 15時~15時30分 奈良知恵(明治大学) / 多面体の連続的平坦折り畳み一ひし形の特殊折をベースにー
- 15時30分~16時 繁富香織(北海道大学) / 細胞折紙技術の生物学、医療への応用
- 16時~16時30分 宮本好信(愛知工業大学) / 折紙思考のデザイン / 折紙のデザイン思考
- 16時30分~17時 宮崎興二(京都大学) / 反角柱の積み木
- 17時~17時30分 岸本直子(摂南大学) / 宇宙に広げる膜面構造物の課題



組立できる折紙ロボット

自動車産業分野



宇宙産業分野



ファッション分野



11月13日(金):

- 11時~11時30分 マリア・サブチェンコ(明治大学) / 折紙式プリンターの現状と課題
- 11時30分~12時 前川淳(折り紙作家) / 近作の多面体モデルから
- 13時30分~14時 野島武敏(アート・エクセル折紙工学研究所) / 二枚貼り折紙
- 14時~14時30分 舘知宏(東京大学) / 従来の100倍の剛性をもつ展開式オリガミ・チューブ
- 14時30分~15時 斎藤一哉(東京大学) / 昆虫の翅の折り畳みの折紙モデル」
- 15時~15時30分 須志田隆道(明治大学) / 三角形螺旋タイリングの平織りとその折り畳みについて
- 15時30分~16時 伊藤仁一(熊本大学) / 最小跡と多面体の連続的平坦折り畳み
- 16時~16時30分 上原隆平(北陸先端大学) / 複数の整凸面多面体が折れる展開図の最近の結果に関して
- 16時30分~17時 渡邊尚彦(岐阜工業高等専門学校) / 不安定構造としての剛体折紙モデル

# 折紙ロボットの現状と課題

萩原一郎（明治大学 先端数理科学インスティテュート） [ihagi@meiji.ac.jp](mailto:ihagi@meiji.ac.jp)

所謂折紙ロボットには、文字通り、自ら折紙を折るロボット<sup>(1)~(4)</sup>と、自ら展開収縮機能を有すロボット<sup>(5), (6)</sup>の二通りの意味で使われている。ここでは前者について述べる。図1に、講演者らの、世界初の糊付けまでできる折紙ロボットを示す。これは、我々が開発した、折紙式プリンター<sup>(7)</sup>のプリントアウト後の位置付けである。2次元展開し、それを3次元に組立て繋ぎ合わせる、折紙工法とも称され、樹脂、金属などにも適用可能である。Gregory Epps らのものに類する。講演者らは、設計通りの制度を有す折紙工法を開発している。本講演では、これを主に述べる。

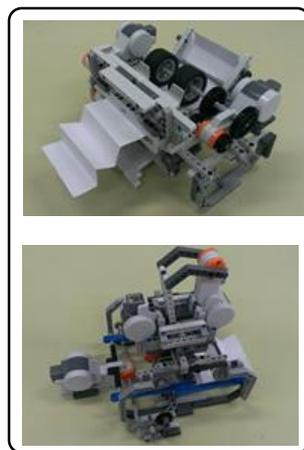


図1 糊付けできる折紙ロボット

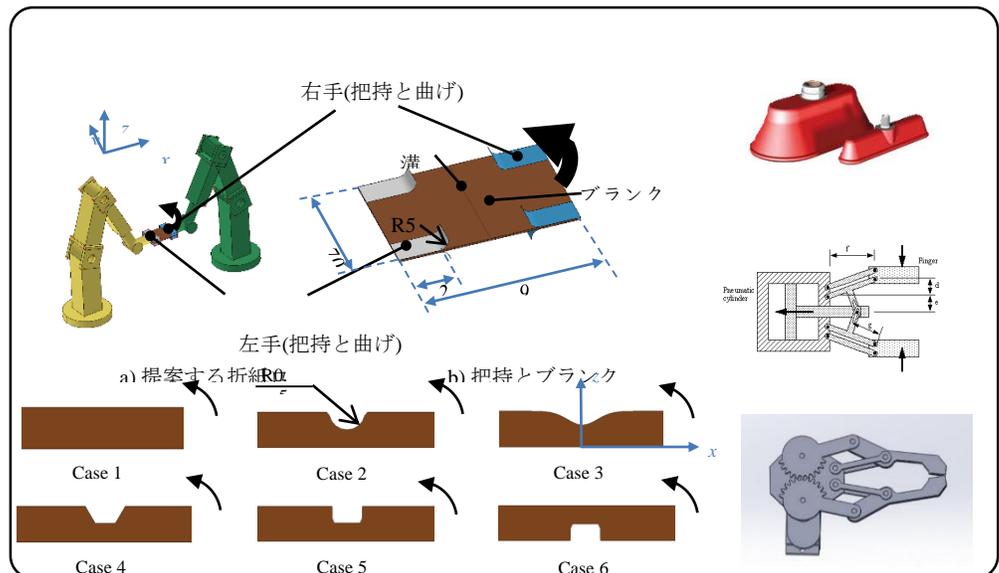


図2 折紙工法のための双腕ロボット

## 参考文献

- (1) Balkcom, D.J, Mason, M. T, 2004, "Introducing Robotic Origami Folding", Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 3245-3250.
- (2) Tanaka, K., Kamotani, Y., Yokokohj, Y., 2007, "Origami Folding by a Robotic Hand", Proc. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp. 2540-2547.
- (3) Liu, H., Dai, J., 2003, "An approach to carton-folding trajectory planning using dual robotic finger", Robotics and Autonomous Systems 42, pp. 47-63.
- (4) Hoan Thai Tat NGUYEN, Phuong Thao THAI Bo YU, Ichiro HAGIWARA, DEVELOPMENT OF A MANUFACTURING METHOD FOR TRUSS CORE PANELS BASED ON ORIGAMI-FORMING, ASME JOURNAL に掲載決定
- (5) 萩原一郎、埋設物探知ロボットの歩行機構、特願 2003-142275 号（出願日 2003. 5. 20）、登録番号 3826195（登録日：2006/7/14）
- (6) Felton S., Tolley M., Demaine E., Rus D., Wood R., 2014, "A method for building self folding machines", Science, Vol. 345 no. 6197 pp. 644-646 .
- (7) 萩原一郎、マリア・サブチenko, Yu Bo, 篠田淳一、三次元構造物の製造方法、三次元構造物の製造装置、及び、プログラム、特願 2013-080862（平成 25 年 4 月 8 日）、公開番号 2014-203366（平成 26 年 10 月 27 日）
- (8) ゲエン・タイ・タット・ホアン, 寺田 耕輔, 戸倉 直, 萩原 一郎、トラスコアの設計自由度を高めるための折紙工法の開発、日本機械学会論文集、Vol. 80, No. 819, 2014 年 11 月 25 日（火）, pp. 1-10.

# 部材の弾性変形を活かした折りたたみ式防振機構

石田祥子

明治大学工学部機械工学科

sishida@meiji.ac.jp

本講演では、折り畳み構造の弾性変形を利用した防振機構を紹介する。Kresling's Pattern からなる円筒の折り畳みモデルをトラス構造として簡略化したモデルは、展開収縮の過程において双安定性を示すことが示されている。ある立体形状と完全収縮形状の 2 つの状態において構造を構成するトラス部材にひずみは生じないが、その 2 状態を除く変位領域では、部材は引張もしくは圧縮により弾性変形しながら展開収縮する。本構造は、ばね定数が正から負、負から正へと変化する非線形ばねと捉えることができ、本構造に線形ばねを付加してばね定数が 0 となる変位領域を広くとると、この領域において変位入力があっても力を発生しない防振機構となる。本講演では、本防振機構の概念、数値計算結果について述べ、汎用的な金属材料を用いて製作した試作品を紹介する。

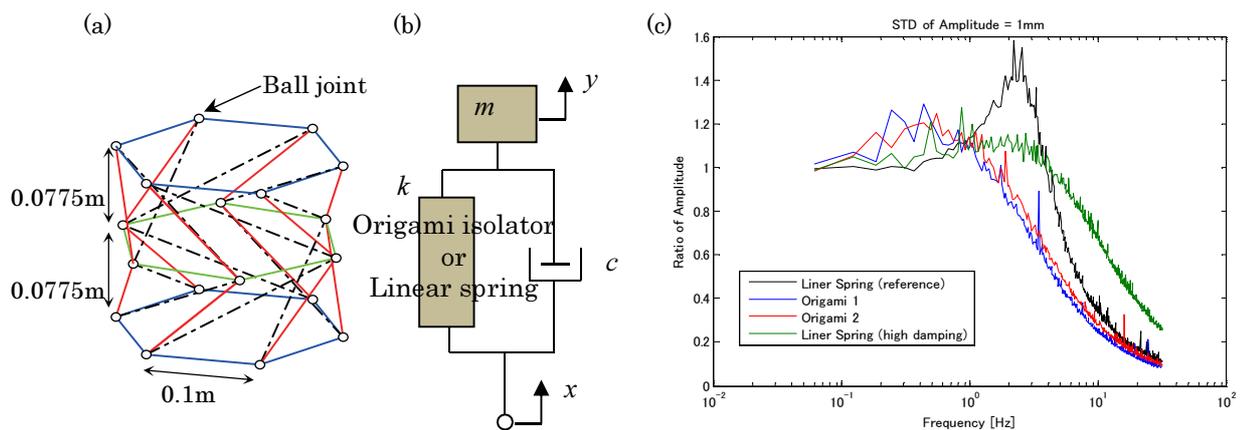


Figure 1. Computational model for the origami-based vibration isolator and its vibration response; (a): the computational truss model consists of horizontal bar elements (blue and green), longitudinal bar elements (red) and diagonal bar elements (black), which are connected by ball joints; (b): the vibration system consists of the origami-based foldable model with linear springs, a damper, and a mass; (c): The vibration response of the systems. This figure is extracted from the paper [1].

## References

- [1] 石田祥子, 内田博志, 萩原一郎, 折り畳み可能な構造の非線形ばね特性を利用した防振機構, 日本機械学会論文集, Vol. 80, No. 820 (2014), DR0384.
- [2] Sachiko Ishida, Hiroshi Uchida, Haruo Shimosaka, Ichiro Hagiwara, Design Concepts and Prototypes of Vibration Isolators Using Bistable Foldable Structures, *Proceedings of the ASME 2015 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference*, DETC2015-46409.

## 図形認識力を高めるための折り紙教材の開発 (H27 11/12, 13 於明治大学中野キャンパス)

阿南高専 創造技術工学科 一般教養 川崎敏和

多くの人はものを見るとき色彩を優先させる。そのため、形状認識が疎かになる。これは科学研究補助事業「ものづくり教育に役立つ幾何折り紙キットとテキストの開発」(平成 23-25 年度課題番号 123501048 以下、前研究とよぶ) でわかったことである。本研究の目的は、図形の形を正確に認識する能力を高めるための折り紙教材を作成することである。前研究はものづくり教育がテーマで、対象を高校生・高専生・大学生としたが、本研究では対象を小中学生、一般社会人まで広げる。

研究を始めて半年であるが、すでに具体的成果を得ている。普通の折り紙では、折り図(折り方を説明する工程図)や講師の折り方を真似して折ることが多く、折り図や講師の説明を理解する能力が必要となるため、途中で折れなくなる人も少なくない。

ところが、この半年で開発した方法は驚くべき結果をもたらした。その一例を紹介しよう。写真1(左, 中)は折り紙作家笠原邦彦氏作「フノー・フレーク」である。これを①~④の手順で折っていく。

- ① 「スノー・フレーク」モデル(現物)と紺色の正六角形の色紙を各折り手に一つずつ配布する。
- ② 折り手はモデルを丁寧に広げて、ついている折り線の構造を分析する。
- ③ ②で把握した折り線の色紙につけてモデルを再現する。
- ④ より難しいモデルに挑戦していく。

3回の講習を行ってアンケートをとったところ、ほとんどの人が従来の方法より達成感や満足感を得ていることがわかった。講習の途中で折れなくなることが多かった90歳を超える女性が自力で完成させ、より難しいモデルに挑戦していく姿から、その有効性を確信した。阿南高専の授業でも一度実施し、「折り線の分析 ≡ 数学的思考」に気づいた。現在、研究目標を上げて数学的思考力を訓練するための新たなモデルを開発しているところである(写真2)。渦は2枚組みユニット折り紙で、パーツの1つを広げ過ぎて復元できなくても、無傷のパーツが1つり、ピラミッドは立体物であることに加えてコピー用紙が使えるというメリットがある。現在このように、①~④の方法により適した折り紙の開発と探索を行っているところである。

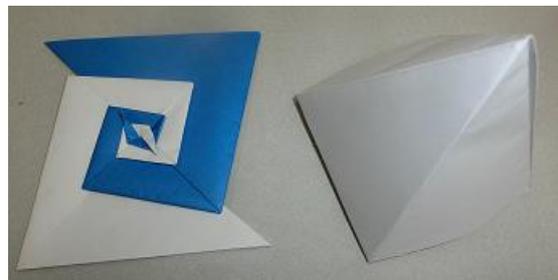
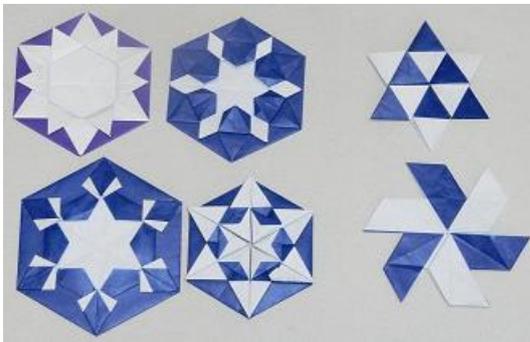


写真1 左, 中: スノー・フレーク 右: 表裏同等モデル

写真2 数学的思考力訓練モデル 渦とピラミッド

# 円内接多角形における面積公式・半径公式・統合公式について\*

森継 修一 (moritsug@slis.tsukuba.ac.jp)

筑波大学図書館情報メディア系

2015年11月12日

円内接多角形問題とは、

「円に内接する  $n$  角形の各辺の長さ  $a_1, a_2, \dots, a_n$  が与えられたとき、  
その多角形の面積  $S$  および外接円の半径  $R$ 、さらに  $S$  と  $R$  の関係を  $a_1, a_2, \dots, a_n$  の式で表せ。」

という古典的な幾何学の問題である。 $n = 5$  に対する面積公式は Robbins(1994) によって初めて明らかにされ、また半径公式は建部賢弘(1683)・井関知辰(1690)による結果が知られているが、「面積と半径の関係を表す“統合公式”」は Heron( $n = 3$ , 紀元1世紀)・Brahmagupta( $n = 4$ , 紀元7世紀)以来、“missing”とされてきた。

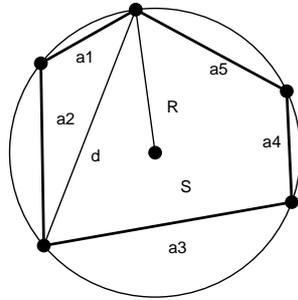


図 1: 円内接五角形の面積  $S$  および外接円半径  $R$

本講演では、「 $n = 5, 6$  の場合における“統合公式”」が以下の形で得られたことを報告する(ここで、 $z = 4SR$ 、 $Z = z^2$  とおき、 $s_1, \dots, s_n$  は  $a_1^2, \dots, a_n^2$  の基本対称式を表す。特に、 $\sqrt{s_n} = a_1 \cdots a_n$  である。)

$$\begin{aligned} \varphi_5(z) = & |z|^7 - 2s_3|z|^5 - (s_1^2 + 4s_2)\sqrt{s_5}|z|^4 + (s_3^2 - s_1^2s_4 - 14s_1s_5)|z|^3 \\ & - (s_1^2s_3 + 8s_1s_4 - 4s_2s_3 + 24s_5)\sqrt{s_5}|z|^2 \\ & - (s_1^2s_2 - 4s_2^2 + 2s_1s_3 + 16s_4)s_5|z| \\ & - (s_1^3 - 4s_1s_2 + 8s_3)s_5\sqrt{s_5} = 0 \end{aligned} \quad (18 \text{ 項}) \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \psi_6^{(+)}(Z) = & Z^7 - (4s_3 + 28\sqrt{s_6})Z^6 + (\dots)Z^5 + \dots + (\dots)Z \\ & - (s_1^3 - 4s_1s_2 + 8s_3 - 16\sqrt{s_6})^2 \\ & \times (s_5^3 - 4\sqrt{s_6}^5 + (s_1^3 - 4s_1s_2 + 4s_3)\sqrt{s_6}^4 \\ & + (-s_1^2s_4 + 2s_1s_5 + 4s_2s_4 - s_3^2)\sqrt{s_6}^3 + (s_1s_3s_5 - 4s_4s_5)\sqrt{s_6}^2 \\ & - s_2s_5^2\sqrt{s_6}) \end{aligned} \quad (327 \text{ 項}) \quad (2)$$

調べた限りでは、これらは、数学史上 1,400 年間未解決だった問題に対する世界初の解答であると考えられる。

- [1] 森継修一: 円内接多角形問題における面積公式・半径公式・統合公式について, 京都大学数理解析研究所講究録, 1955, 2015, 91–101.
- [2] Moritsugu, S.: Integrated Circumradius and Area Formulae for Cyclic Pentagons and Hexagons, *ADG 2014* (Botana, F. and Quaresma, P., eds.), *LNAI*, 9201, Springer, 2015, 94–107.

\*本研究は科研費(25330006)の助成を受けたものである。

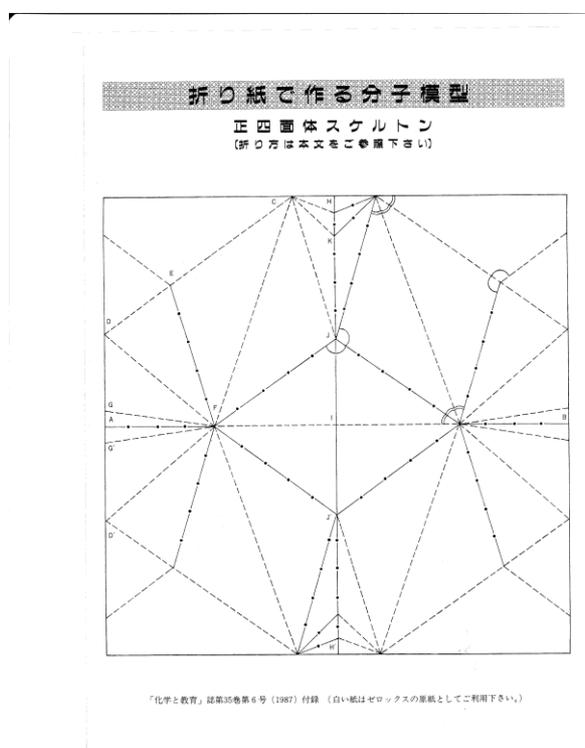
# 折り紙と封筒のはざままでウン十年

細矢治夫

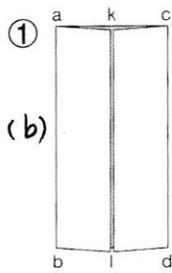
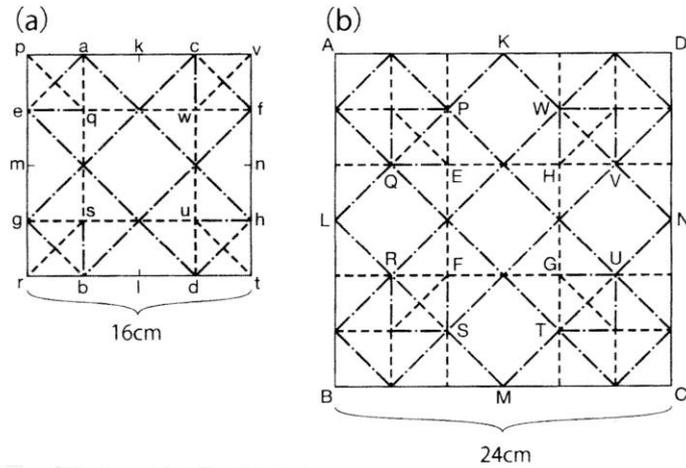
私は折り紙の専門家でも何もなく、理論化学、情報科学、数理化という変わった領域を半世紀近くもさまよっているおかしい人間なのだが、その間、何となく折り紙と封筒細工にのめり込んだ時期があり、その時に生まれ出たいくつかの産物が今でも時々話題になったり、教えてくれと頼まれたりしている。それがおかしい。

その話をとりとめもなく話すつもりであるが、それだけでは許してもらえそうもないので、二三の折り方をここに紹介する。

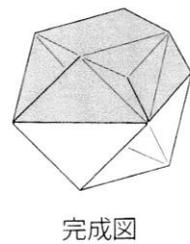
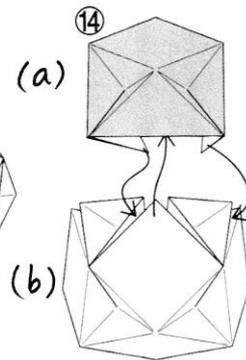
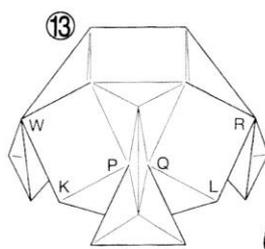
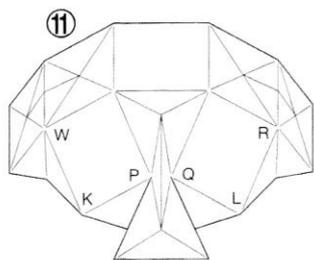
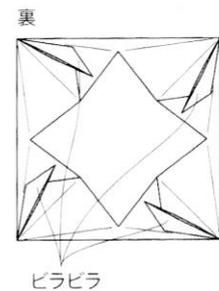
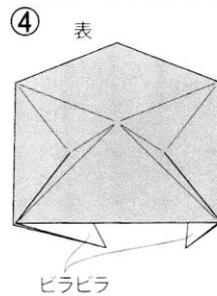
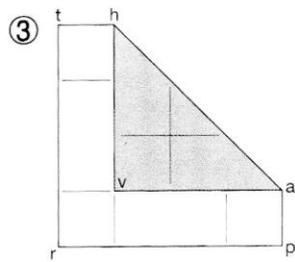
初めのものは、折り紙2枚を組合せて作る「正四面体のスケルトン」。これは、1978年頃お茶大の化学科の学生だった星野直美の原案。当時、寺田徳重氏発案のユニット折り紙に触発された私が、周囲の学生を巻き込んで騒いでいる中に生まれた優れものだ。



次は、大きさの違う2枚の正方形を組合せて作る立方八面体。最近、「折り紙探偵団マガジン」から頼まれて、改めてその折り方を紹介することにした。



(b)



## 多面体の連続平坦折り畳みーひし形の特折りをベースにー

奈良 知恵 (明治大学 先端数理科学インスティテュート)

伝統的な「折紙」では、一枚の正方形の紙から種々の立体形状の作品を作り上げることができる。しかし、出来上がったものを元の状態に戻す可逆性については一般に考慮されていない。一方、折り畳み傘やエアバッグなどは、立体形状のものをコンパクトな形状に変形でき、収納性や持ち運びの利便性に優れている。実は、これらの例では、「変形」が折り曲げ可能な素材であることによって目的が達成されている。例えば、飲み終わったジュースの紙製容器は、側面を中央に押し込めば、図1のように平坦化できる。

1813年にコーシーは剛性定理（どんな凸多面体も面の形状を保ったままでは変形できない、すなわち、合同立体のままである）を証明した。その後、「凸性」の条件を削除しても上述の結論が成立するか否かが問われた。およそ160年後、1978年にコネリーは反例（すなわち、凸でない立体で、面の形を保ったままで二面角を変えられる例）によって否定的に証明した。そこで、たとえ二面角が変わっても「体積は不変」というフィゴ予想が出され、1996年にサビトフがこれを肯定的に証明した。すなわち、体積をゼロにするには絶えず面の形を変える必要がある。

問題「（紙のように折り目によって折れる）多面体の表面を切ったり伸縮したりせずに、折り目によって面の形を変形しながら連続的に平坦化せよ」

この問題について、主に3つアプローチ（①ひし形の翼折り [図2] 【2,4】）②最小跡【3】③ストレートスケルトン【1】）による筆者らの結果がある。ここでは①の手法を中心にいくつかの既知の結果を紹介し、折り紙の「ジグザグ折り」の連続折り畳みとその応用による最近の結果にも触れる。

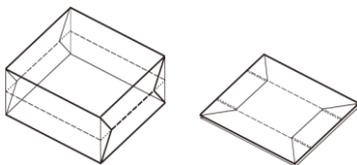


図1. 空箱の折り畳み

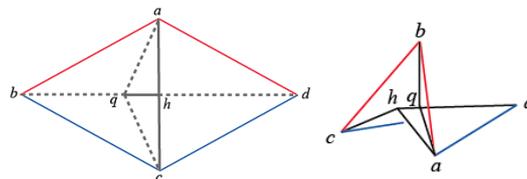


図2. ひし形の翼折り

### 参考文献

1. Z. Abel, E. Demaine, M. Demaine, J. Itoh, A. Lebiw, C. Nara, J. O'Rourke, Continuously attening polyhedra using straight skeletons, Proc. 30th Annual Symposium on Computational Geometry (SoCG), 2014. pp. 396-405.
2. J.-i. Itoh and C. Nara, Continuous fattening of Platonic polyhedra In J. Akiyama, J. Bao, M. Kano and X. Tan (eds.) CGGA 2010. Computational geometry, Graphs and Applications, LNCS, vol. 7033, pp. 108{121. Springer, 2011.
3. J.-i. Itoh, C. Nara, and C. Vîlcu, Continuous attening of convex polyhedra. In Computational Geometry, LNCS, vol. 579, pp. 85{97. Springer, 2012.
4. C. Nara, Continuous attening of some pyramids, Elem. Math. 69(2):45{56 (2014)..

# 細胞折紙技術の生物学、医療への応用

繁富（栗林）香織

北海道大学 大学院情報科学研究科

近年、折り紙の折畳み技術は工学分野をはじめとしてさまざま分野に応用されている。特に、医療や再生医療への応用は、微細加工技術、3D プリンティング技術との組み合わせにより、目覚ましく発展してきている。また、折り紙のような折畳みを生物の発生学を理解することに応用しようという研究も盛んに行われるようになってきている。本発表では、医療、そして生物分野での折り紙の国内外のさまざまな研究を紹介したいと思う。

さらに、医療、再生医療の具体例として、我々がこれまで開発してきた細胞折紙技術の応用として、異種細胞を用いた新薬開発のための薬物代謝等のスクリーニングデバイス(図1)について紹介したいと思う。異種細胞の細胞間の相互作用は、細胞機能および増殖において非常に重要な役割を果たしていることが明らかになってきている。近年、生体と同様な環境を整えるために多種細胞を3次元で共培養できる様々な手法が確立してきている。しかしながら、多種細胞を用いて立体的に構造を構築する手法は複雑であり、また作製される立体構造の形状が制限されている。そこで、微細加工技術で作製されたマイクロプレートの平面上に培養された細胞を「折る」という作業で、簡単に立体構造を作製する手法「細胞折紙技術」を用いて、プレートを折りたたむ際に、立体構造の内部に異なる細胞を挿入し、簡単に異種細胞を3次元的に共培養できるデバイスを確立した(図2)。プレートの形状を変えることで、容易にさまざまな3次元形状を作製することが可能になる。

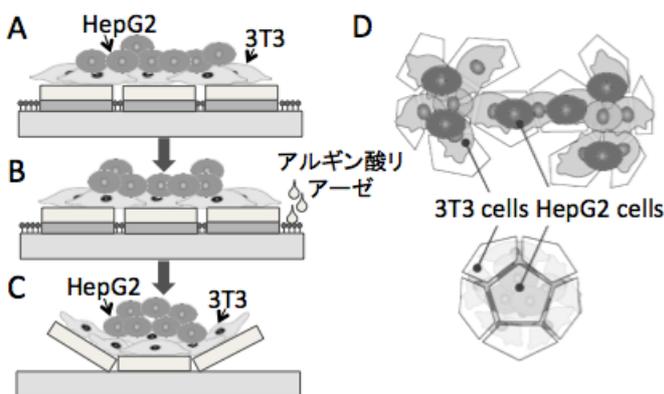


図1 3次元共培養構造の作製方法

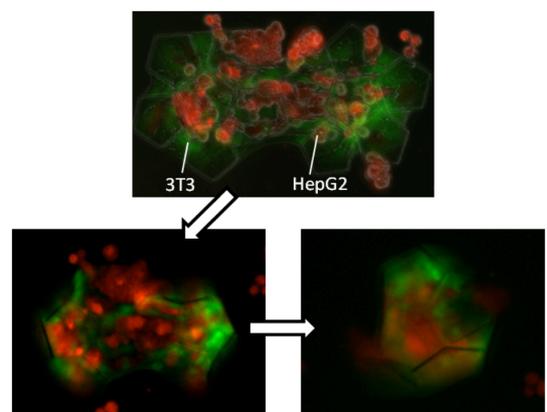


図2 NHI/3T3（繊維芽細胞）と HepG2 細胞（ヒト肝癌由来細胞）を用いた 3次元共培養構造

## 折紙思考のデザイン / 折紙のデザイン思考

愛知工業大学 宮本好信

### ●折紙思考のデザイン（折紙的造形手法）

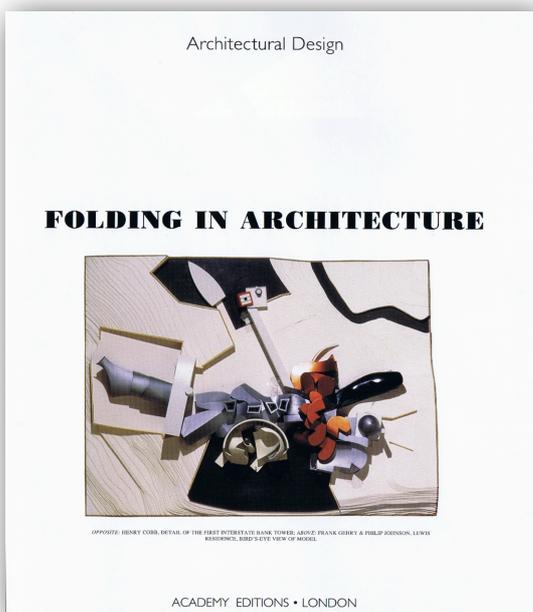
折紙と通底する歴史的デザイン事例を俯瞰して形態生成遷移の表現を考察する。

ミケランジェロ（衣装の彫刻・布の素描）  
バロック教会（構造と空間構成）  
フランク・ゲーリー（建築外装/エアリング）  
グラマン（折りたたみ翼・月着陸船降着装置）  
ダットン（進化論美学的解釈）

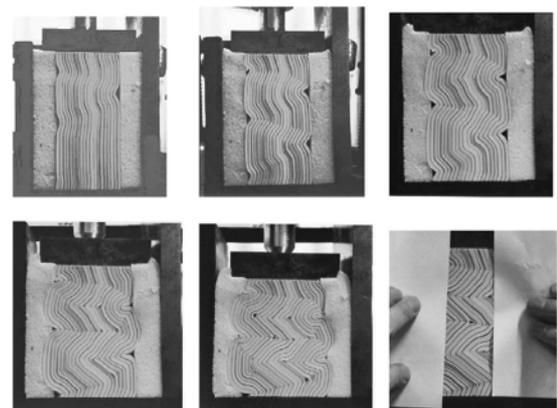
### ●折紙のデザイン思考（折紙的発想方法）

造形に限らない一般化した折紙的な発想を設計方法や科学史の事例から考察する。

デザイン思考/Design Thinking  
制約条件を発展的に解消する設計手法  
生成過程を利用した設計/形態生成/ジェネレイティブ・デザイン  
座屈研究史/ミウラ折り/自律対称性の破れ  
リカーシブ/フラクタル/階層反復的構造  
パワー・オブ・テン（マルチ・スケール俯瞰）



Folding in Architecture  
Greg Lynn Ed. AD 1993



Reflections and symmetries in space and time  
Giles W. Hunt 2010

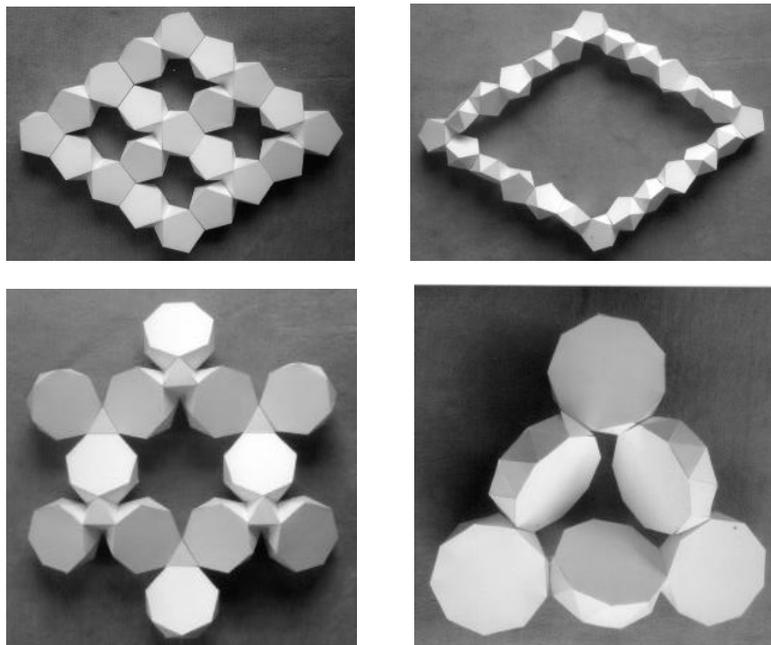
## 反角柱の積み木

宮崎興二

正三角柱や立方体あるいは正六角柱といった、正多角形を底面、正方形を側面とする正 $n$ 角柱をその底面や側面を共有させて積んだり連結させたりしていくと、立方体による空間充填図形はじめ、われわれの身の周りにあふれる、重力に従って垂直方向に束縛されるいろいろな立体の基本形態が得られる。

それに対してここでは、垂直方向を無視するような、正二角形(線分)から正九角形までの正多角形を底面、正三角形を側面とする反正多角柱の、側面を共有し合う周期的ならびに非周期的な連結図形について一般化しながら考察する。よく知られたシュワルツの提灯も、無限個の合同な反正 $n$ 角柱を、底面を合わせながら円柱状に積層した姿を見せるが、本考察ではその場合の反正多角柱をあえて3角形の側面を共有させながら連結することになる。

紹介する立体には、下図に示すような反正七角柱とか反正九角柱による波打ったり捩れたりして実際の身の回りの形態にはなじみにくい特殊なものが多いが、その中に正四面体(反正二角柱)と正八面体(反正三角柱)という立方体に並ぶもっとも基本的な多面体加わる。また側面になっている3角形の構造強度上の有利性もある。そのため本考察に見るさまさまに変形した形態は、現状ではまだ受け入れられにくいとしても、今後幅広い分野で実際的に応用される可能性を秘めている。この指摘が本考察の結論となる。



# 3D product modeling and applications

Maria Savchenko

[tz12015@meiji.ac.jp](mailto:tz12015@meiji.ac.jp)

Geometric modeling, 3D product modeling and their applications are the art of turning the flat designs into 3D objects. Producing physical copies of 3D digital models is an important task in papercraft CAD/CAM, reverse engineering, and other applications. Origami means the art of paper folding. It starts from the papercraft art, but the unique characteristics of origami to realize a 3-D shape from the 2-D patterns have been fascinating many researchers and engineers. Designers and users will be able to examine a real object by hands for making better decision (Fig.1).

The traditional origami art is based on using a very thin material such as paper usually for producing beautiful things. Paper can be folded many times, while plastic, which is necessary to use for some applications, can be folded once because the crease edges can be broken. Our investigation is to design and simulation the folded structure from the plastic materials, inspired by the Origami to introduce the unique mechanical properties compared with the traditional rubber plate structure (Fig.2).

Manufacturing origami-inspired products requires robots capable of bending and folding materials to exclude the humans from the folding the target work. The research goal is to develop a general simulation-based methodology for the manipulation with the origami structures as a basis for the designing a robotic system (Fig.3).

Fig.1

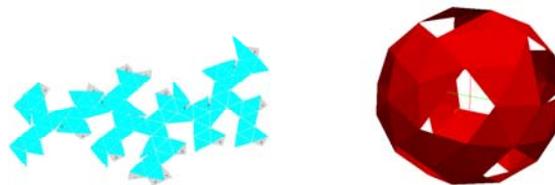


Fig.2

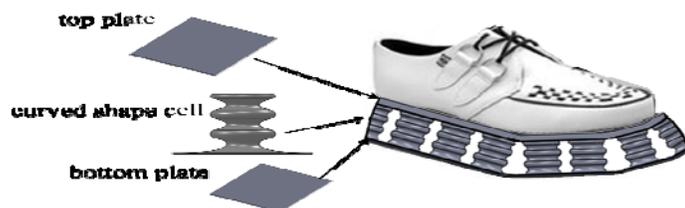
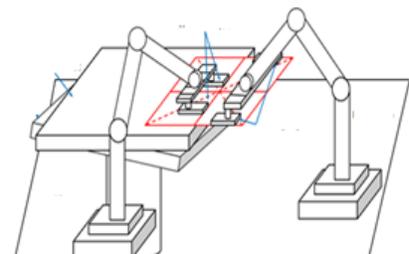
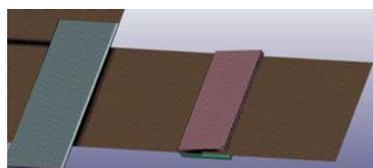


Fig.3



## 近作の多面体モデルから

前川淳 MAEKAWA Jun

(折り紙作家)

maekawa@origami.gr.jp

ここ5年ほどの間に創作した折り紙のモデルから、多面的な造形を数点紹介する。あわせて、それらのモデルに即して、折り紙造形の制約についての考察を、造形作家の観点で述べる。

近年、精緻巧妙、また、幾何学的な折り紙造形が、一般にも知られるようになってきた。しかし(というよりも、それゆえにというべきか)、折り紙という言葉から想起するものが、一般のひとのみならず、作家、研究者にとってもさまざまとなり、その認識に齟齬が生じることも多くなっている。たとえば、以下のようなことを言われ、困ることがある。

- (1) ハサミを使ってはいけないのですね。
- (2) 一枚の正方形からつくるのですね。
- (3) 糊を使ってはいけないのですね。

たしかに、これらの制約に基づいた造形は、現代の折り紙造形の主流である。(1)と(2)を満たすものは、折り紙コミュニティでは「不切正方形一枚折り」と称して尊重され、わたし自身も、そうした造形を数多く発表しているの、その規定を遵守する最右翼の作家であると見なされることもある。しかし、それらの制約は、パズルとして興味深いものであるのはたしかなのだが、恣意的にすぎる条件とも言える。たとえば、正方形というかたちは、境界のない平面から切り出された図形の一例にすぎない。

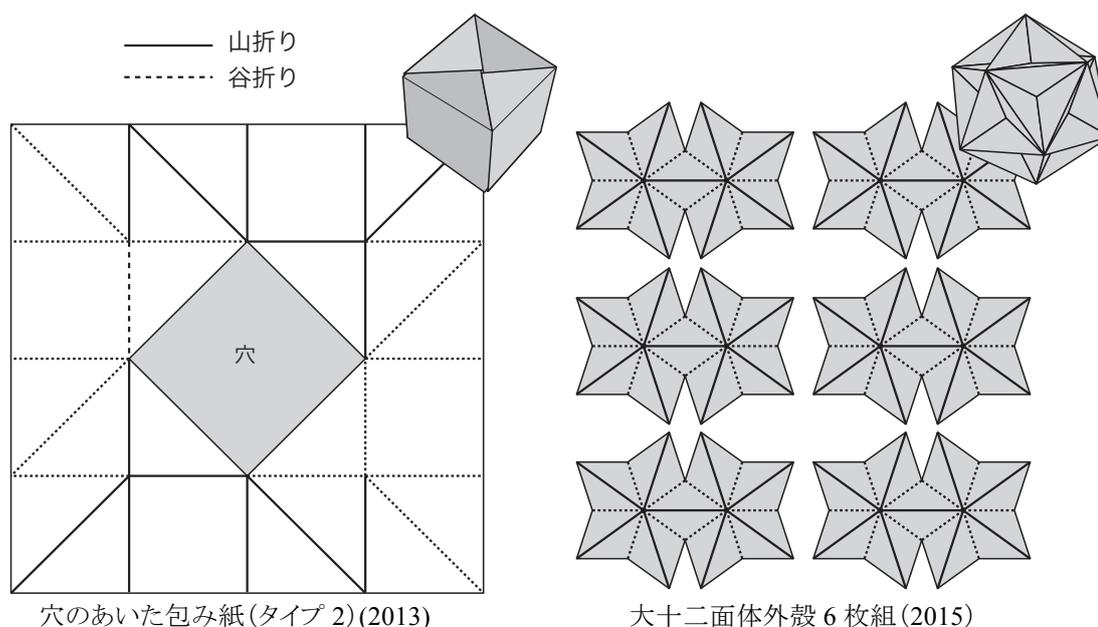
また、上記の(3)は、「複数のものを貼り合わせたものでない」という意味で、(2)の「一枚の」を補強する意味で使われることも多い。しかし、わたしは、それとは異なった意味で、この条件を意識することが多い。すなわち、以下である。

・折るという変形を生かし、もとの平面に戻しうる明快な構造を持った造形をつくりたい。

これは、より一般的に、次のように言い換えることもできる。

・紙の物理的性質、そして、それを抽象化した幾何学的性質を生かした造形をつくりたい。

こうした考えでは、素材のかたち(輪郭)は、それが平面であることを除いて、大きな意味をもたない。むしろ、素材の輪郭の条件を外すことで、造形の豊かさ、明快さが生まれることも期待される。下の図に示したものは、そうした考えに基づく造形の例である。



## 2枚貼り折紙

(株)アートエクセル・折紙工学研 野島武敏

折紙は我が国の伝統文化として古くから馴染みられ、時間をかけて洗練された作品は伝承折紙と呼ばれ今に受け継がれている。近年、折紙技術は飛躍的に発展し、多様な折紙作品を創出している。折紙構造は構造強化と折り畳み機能などの優れた特性を有し、有用な製品が開発できる可能性を秘める。しかしながら、優れた折紙技術や蓄積された成果に比べ、実際のものづくりへの寄与はあまりにも小さい。これは煩雑な折り線模様やその折り目づけが産業応用の大きな障害の一つになっているためである。

ここでは、立体の構造を同じあるいはほとんど同じ展開図を「2枚対称に貼り合わせて作る」新たに提案する折紙手法、「2枚貼り折紙(Pairing Origami)」に基づく折り畳みの機能を持った立体構造の代表的な模型を紹介する。折り畳みの基本は折り線の対称性にある。`鶴`を折って元の平面に戻すと、対称な折り線が多く見られる。これは折り線を対称に配置すると簡単に折り畳みができることと関連している。折り畳みを考慮しながら立体構造の展開図を作るとは折紙に精通していてもなかなか厄介であるが、2枚を対称に貼ることで、貼り合わせ部でのこの厄介さが一挙に氷解する。これが2枚貼り折紙を提唱する基本理念である。紹介する折紙模型はものづくりの基本構造となる概略直線状のジグザグ折りのできる筒、湾曲した筒およびドーナツ状に閉じた筒やこれらを角錐形状にしたものである。また、これらをT字、Y字モジュールや亀の子モジュールなどと名付けた分枝する部品の枝部に用いた場合の模型やこれらのモジュールを接合してより複雑な構造を作る模型の例、予め細工折りを施した紙を貼り合わせこれを一枚の紙として折る折り紙手法や簡便に折り畳みのできる服飾品の基本的な折り畳みモデルの折紙模型などである。

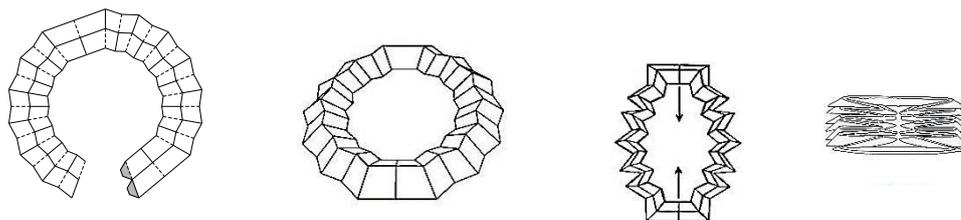


図 2枚貼りで作る円環の展開図、折紙模型とその折り畳み途中、折り畳み後の様子

# 昆虫の翅の折り畳みの折紙モデル

齊藤一哉（東京大学 生産技術研究所）

saito-k@iis.u-tokyo.ac.jp

甲虫の翅にみられる巧妙な折り畳みは、昆虫学者のみならず工学の研究者にとっても興味深い研究テーマである。これらの翅は展開状態では毎秒数百回もの羽ばたきに耐えられる剛性・強度を有するにもかかわらず、必要に応じて瞬時の収納・展開が可能な究極の展開構造物である。この優れた特性がどのような材料・構造・機構・幾何学から生み出されているのかを解明することができれば、宇宙展開構造や展開ドームなどの可変構造物の設計に大いに役立つと期待される。バッタや蠃螂に見られる扇子形の後翅と異なり甲虫の後翅は長さと同幅の両方向に折り畳むことが可能であり、非常に複雑な折り畳みパターンをしている。Forbes を初めとする一部の昆虫学者は、後翅そのものの構造だけでなく、これらの折り畳みパターンについても研究を行い、代表的な種の展開図(Ground Plan)を明らかにしている。しかしながら、これらの展開図は翅脈のパターンと折線の位置関係を正確に示すことに注力して描かれており、各頂点での折り畳み条件を満たしていないため、殆どのケースで折り畳むことができない。収納・展開時の後翅の変形を理解するためには、実際に折り畳むことが可能な折紙モデルの開発が不可欠である。本講演では、カブトムシ、テントウムシ、ハネカクシなどの甲虫を中心に、後翅の折り畳みを再現した折紙モデルを用いて収納・展開メカニズムを解説する。

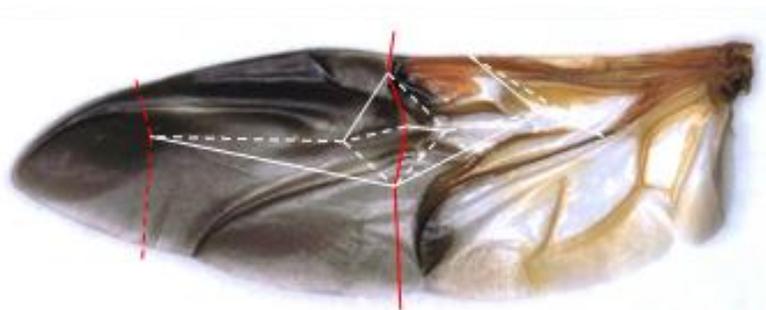


図 1. ナナホシテントウ後翅の折紙モデル

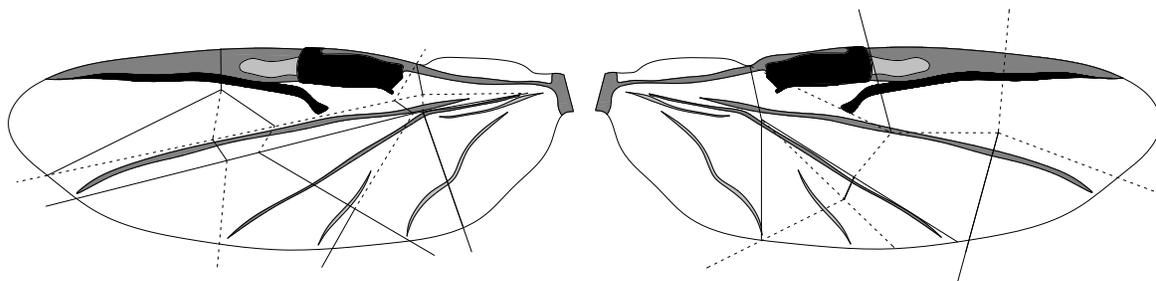


図 2. オオアバタウミベハネカクシ後翅の折紙モデル

## 三角形螺旋タイリングの平織りとその折り畳みについて

須志田 隆道 (明治大学 研究・知財戦略機構)

本研究で扱う三角形螺旋タイリングの出発点は、造形作家 日詰明男氏が考案した幾何学的造形物 “Fibonacci Tornado” とその折り紙である [Hizume, 2005]. 日詰氏は、ひまわりの螺旋葉序の数理構造を抽出した相似三角形によるタイリングとして Fibonacci Tornado を考案し、回転角の連分数展開によってさまざまな例を示した [Hizume, 2008].

三角形螺旋タイリングは、穴開き平面  $\mathbb{C}^* := \mathbb{C} \setminus \{0\}$  上のベルヌーイ螺旋格子  $B = \{z^j : j \in \mathbb{Z}\}$ ,  $z = re^{\sqrt{-1}\theta}$ ,  $0 < r < 1$  を頂点集合とする四角形螺旋タイリングにおいて、四角形タイルの4頂点のうち、3頂点が同一直線上にのるときに得られるものである。三角形螺旋タイリングには、回転角  $\theta/2\pi$  の連分数展開で説明される葉序的タイリングとそうでない非葉序的タイリングの2種類がある。[Sushida et al., 2012] では、平面  $\mathbb{C}^*$  を多重に覆う三角形螺旋多重タイリングの下で、その理論的枠組みを数学的に整理した。特に、螺旋タイリングを作る三角形の形を考え、正三角形や直角三角形などの典型的な例を示した。[Sushida et al., 2014] では、葉序的なタイリングに関して、回転角  $\theta/2\pi$  が二次無理数であるとき、三角形タイルの形状パラメータの極限集合が有限集合であることを示した。[Sushida et al., 2016] では、三角形螺旋タイリングの折り紙展開図の設計方法を整理し、折り畳みの角度の自由度を一次元に限定した場合について、離散曲面の1パラメータ族として折り畳みを表現することを示した。

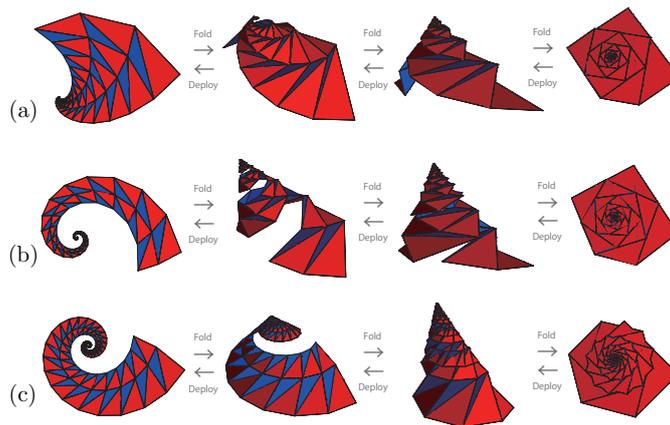


FIGURE 1. 三角形螺旋タイリングの折り紙展開図に対する自由度を一次元の折り畳み. (a) 直角二等辺三角形による螺旋タイリング. (b) Fibonacci Tornado. (c) 直角三角形 ( $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ) による平面  $\mathbb{C}^*$  を二重に覆う螺旋多重タイリング. (c) が示すように、自由度一次元の折り畳みだと面が重なってしまう例がある。

本講演では、三角形螺旋タイリングの基本的な考え方について述べ、その折り紙展開図の折り畳みについて議論したい。本研究は、造形作家/龍谷大学理工学部客員教授 日詰明男氏および龍谷大学理工学部講師 山岸義和氏との共同研究に基づくものである。

### REFERENCES

- [Hizume, 2005] Akio Hizume, “Fibonacci Tornado” (in Japanese), *MANIFOLD*, **11**, 2005, 6–10.
- [Hizume, 2008] Akio Hizume, “Real Tornado” (in Japanese), *MANIFOLD*, **17**, (2008), 8–11.
- [Sushida et al., 2012] Takamichi Sushida, Akio Hizume and Yoshikazu Yamagishi, “Triangular spiral tilings”, *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical.*, **45**(23), 2012, 235203.
- [Sushida et al., 2014] Takamichi Sushida, Akio Hizume and Yoshikazu Yamagishi, “Shape limit in triangular spiral tilings”, *Acta Physica Polonica A*, **126**(2), 2014, 633–636.
- [Sushida et al., 2016] Takamichi Sushida, Akio Hizume and Yoshikazu Yamagishi, Design methods of origami tessellation for triangular spiral multiple tilings, to appear in *Origami6*, 2016.

## 最小跡と多面体の連続的平坦折り畳み

伊藤 仁一 熊本大学教育学部

曲面や多面体の表面など測地線（局所的に最短線）が扱えるところでは、最小跡が以下の様に定義されます。ある点  $p$  の最小跡  $C(p)$  を  $p$  から出発する測地線が  $p$  からの最短線となる最後の点をその測地線に沿った cut point と呼び、 $p$  から出るすべての測地線を考えて、その cut point の和集合を cut locus（最小跡）と呼びます。最小跡(cut locus)に沿って切り開けば円板に位相同形になることから、20世紀の初めにポアンカレによって定義されて以来、数学では長い研究の歴史があります。近年、計算機科学においても多面体の展開の一つとして知られている source unfolding が、最小跡に沿って切り開いて展開したものになっています。

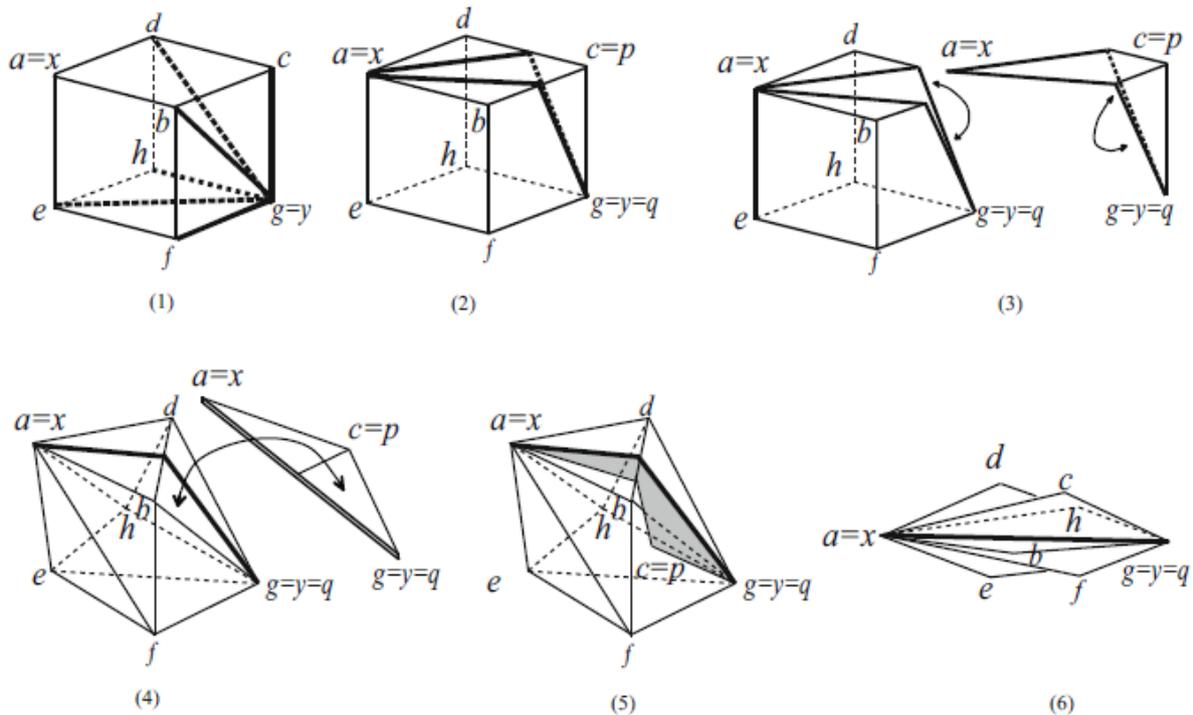
この講演では、最小跡の研究の簡単な歴史を振り返るとともに、最小跡のいくつかの応用について紹介します。その中で最小跡とアレクサンドロフの接着定理を用いて得られた多面体の連続的平坦折り畳みに関する以下の定理の概要を述べます。

定理 (Itoh, Nara, Vilcu)

全ての凸多面体は連続的平坦折り畳むことが無限に多くの方法で出来る。

以下の図が、証明の大体の方針を示しています。

更に、時間が許せば、非凸の一般の多面体についても連続的平坦折り畳みの試みについて述べます。



(1)

複数の整凸面多面体が折れる展開図の最近の結果

2015年11月13日 上原隆平(ueahra@jaist.ac.jp)

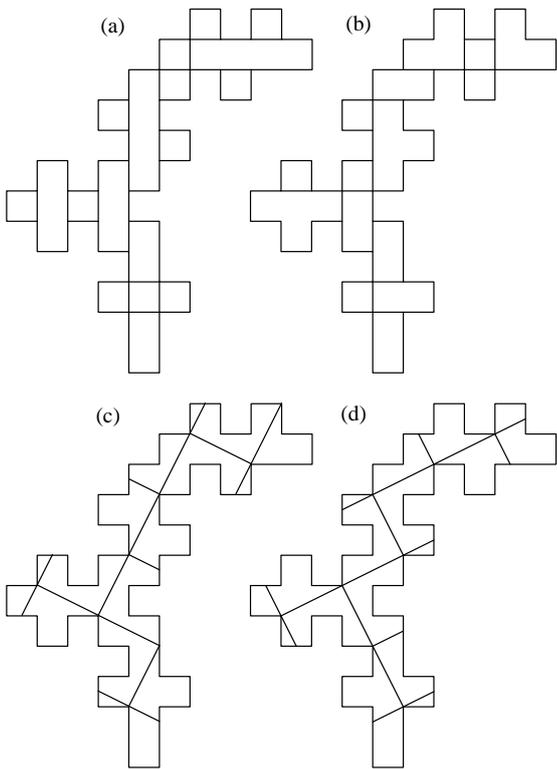
多面体と、それを展開して得られる展開図の関係は、わかっていることがほとんどない。ほぼ唯一の例外は、秋山・奈良による、正4面体の展開図のタイリングによる特徴づけと、その一般化としての4単面体の展開図のタイリングによる特徴づけである。特に、正多面体を二つ以上折れる共通の展開図が存在するかどうかは、未解決問題である。発表者らは、これまで「正多面体」という条件を少し緩めて、いくつかの部分的な結果を得た。具体的には、

- 1. 複数の直方体が折れる共通の展開図
- 2. 正4面体と、整凸面多面体が折れる展開図

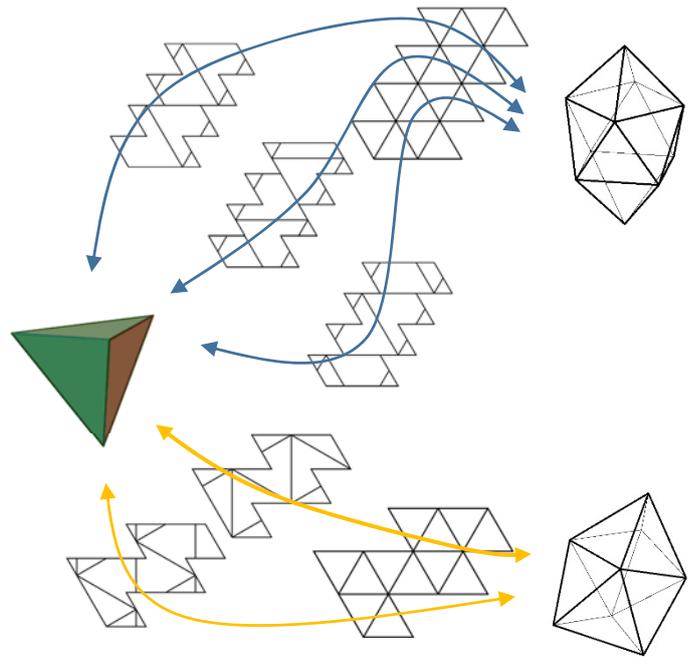
などをこれまで研究してきた。こうした研究において、最後には可能な場合をすべて探索する必要がある。探索においては、アルゴリズムやデータ構造の工夫が特に必要である。本講演では、特に

- a. データ構造を工夫することで、スパコンで2ヶ月かかった計算がPCで10日に短縮された例
- b. アルゴリズムを工夫することで、10時間かかっていた計算が1秒未満に短縮された例

などを紹介する。



3種類の箱を4通りの方法で折れる、面積30では唯一の展開図



上：正四面体を3通りの方法で折れるJ17の唯一の展開図  
下：正四面体を2通りの方法で折れるJ84の展開図5種の一つ

参考文献

- 1. D. Xu, T. Horiyama, T. Shirakawa and R. Uehara: Common Developments of Three Incongruent Boxes of Area 30, TAMC 2015, Lecture Notes in Computer Science Vol. 9076, pp. 236-247, 2015.
- 2. Y. Araki, T. Horiyama and R. Uehara: Common Unfolding of Regular Tetrahedron and Johnson-Zalgaller Solid, WALCOM 2015, Lecture Notes in Computer Science Vol. 8973, pp. 294-305, 2015.

# 不安定構造としての剛体折紙モデル

渡邊 尚彦 (岐阜工業高等専門学校 環境都市工学科) watanabe@gifu-nct.ac.jp

## 1 はじめに

ピンとトラスで構成される不安定リンクモデルの自然な拡張としてパネルとヒンジで構成される剛体折紙モデルを考えることができる。ここでは特に特異時に着目し、リンク構造で知られている一般逆行列を使用した解析を剛体折紙モデルへ適用した定式化を示す。

## 2 2階微分による定式化

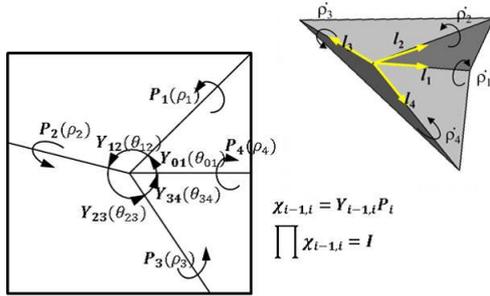


図 1. 単頂点周りの角度

リンクモデルの剛体可変性判定のための条件式の導出を適用し、拘束条件を2階微分まで考慮することにより以下のように剛体折紙モデルの有限範囲での変形モード抽出を行うことができる。リンクモデルでは節点変位が変数、トラス不伸長が拘束条件であるのに対し、剛体折紙モデルにおいて二面角変化を変数、n本の折線が集中する単頂点周りの平面角  $\theta_{01}, \theta_{12}, \dots$  と二面角  $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$  との間で成立する (1) を拘束条件と対応付けることができる。

$$R(\rho) = \chi_{01}\chi_{12}\cdots\chi_{n-1n} = I \quad (1)$$

$$\chi_{i-1,i} = Y P \quad (2)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \theta_{i-1,i} & -\sin \theta_{i-1,i} & 0 \\ \sin \theta_{i-1,i} & \cos \theta_{i-1,i} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \rho_i & -\sin \rho_i \\ 0 & \sin \rho_i & \cos \rho_i \end{bmatrix} \quad (2)$$

この拘束条件を微分することで式 (3)(4) を得る。

$$R' \dot{\rho} = \frac{\partial R}{\partial \rho_1} \dot{\rho}_1 + \cdots + \frac{\partial R}{\partial \rho_n} \dot{\rho}_n = 0 \quad (3)$$

$$R' \dot{\rho} + \dot{\rho}^T R'' \dot{\rho} = 0 \quad (4)$$

ここで

$$R' \dot{\rho} = R'_{ki} \dot{\rho}_i = \sum_i^n \frac{\partial R_k}{\partial \rho_i} \dot{\rho}_i \quad (5)$$

$$\dot{\rho} R'' \dot{\rho} = R''_{kij} \dot{\rho}_i \dot{\rho}_j = \sum_i^n \sum_j^n \frac{\partial^2 R_k}{\partial \rho_i \partial \rho_j} \dot{\rho}_i \dot{\rho}_j \quad (6)$$

を表す。ここで微小範囲での二面角変位モードは式 (3) の零空間正規直交基底として式 (7) のように得られるが、平坦時など特異状態においては  $\dot{\rho}$  の存在条件式 (8) を満足するかの検討によって式 (7) が有限範囲で変形可能なモードであるかどうか判定できる。

$$H = [h_1, h_2, \dots, h_n] = [I - R'^+ R']$$

$$h_i = (\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n)_i^T \quad (7)$$

$$[I - R'^+ R'] [\dot{\rho}^T R'' \dot{\rho}] = 0 \quad (8)$$

## 3 平坦からの微小可変性による定式化

次に特異時における変形モード抽出法として平坦状態からの可能な微小変形モードという観点から導出する。 $\rho_i = \epsilon_i$  を微小回転とすると、 $\epsilon_i$  を含む回転行列  $\omega_i$  を使用し拘束条件は式 (9) のような形式に近似できる。

$$Q^*(\epsilon) = \gamma_1 \gamma_2 \cdots = [I + \omega_1] \cdots [I + \omega_n] \\ = I + (\omega_1 + \omega_2 \cdots) + (\omega_1 \omega_2 + \omega_1 \omega_3 \cdots) \cdots \quad (9)$$

ここで  $o(\epsilon^1)$  の項をまとめると式 (10) が、 $o(\epsilon^2)$  の項を使って変形すると式 (11) が得られ、これは「ベクトル  $\epsilon_i l_i$  を順次接続していくと向き付けされた面積が0となる閉経路となる」という幾何学的条件に相当する ( $l_i$ : 折線の方向余弦)。

$$\sum_{i=1}^n \epsilon_i l_i = 0 \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1+1}^n (\epsilon_i l_i \times \epsilon_j l_j) = \sum_{j=2}^{n-1} \left( \left( \sum_{i=1}^{j-1} \epsilon_i l_i \right) \times \epsilon_j l_j \right) = 0 \quad (11)$$

2, 3の定式化の適用により平坦時の形式的折線図から有効な二面角変化モード抽出が可能なのが幾つかの具体的ケースにおいて示す。

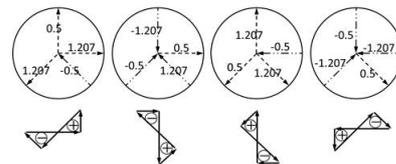


図 2. 抽出モード例

## 従来の 100 倍の剛性をもつ展開式オリガミ・チューブ

舘 知宏, E. T. Filipov, G. H. Paulino

シート材料を折紙のように折り畳むことで、ポータブルに収納し、必要に応じて三次元的に大きく展開できる構造物が作れる。しかし従来の折紙を使った展開構造物は、シート材料自体が曲がることで意図しない変形が容易におき、展開時に剛性が得られないという制限があった。また展開収縮を駆動するためにアクチュエータを配置すると、従来の展開メカニズムではアクチュエータ周辺での部分的な展開が起きてしまい、展開動作が意図通りに制御できないという課題があった。

そこで、本講演では、折紙に基づく変形可能な立体構造を組みあわせることで、展開時に折版構造として働くことで、従来より二桁高い剛性を持つ折り畳み構造について紹介する。この新しい折紙構造物の性質は構造の変形モードとその変形モードに対する剛性の比が高くなる。この構造は部分的な展開が起きず、全体形状が一様に変形するため、端部を駆動すると変形が全体にすみやかに波及して展開が可能となる。軽くて構造的な剛性が得られ、一様で制御しやすい展開機構を持つことから、モーフィング可能なサンドイッチパネル、可動式の屋根や折り畳める建築、航空宇宙分野の展開構造物、ロボットのアクチュエータなどの応用の展望がある。

