

3. 拠点メンバー・研究概要の紹介

2008年度

明治大学グローバルCOEプログラム



現象数理学の形成と発展

モデリング班

リーダー

岡部晴憲 複雑系時系列のダイナミクスの推移を捉える解析技術の開発

向殿政男 安全確保における機械と人間とのリスク分担に関する研究

刈屋武昭 信用リスクのモデリングと信用リスクマネジメント

森啓之 電力ネットワークのための最適化、予測、ルール発見の研究

小林亮 数理学と生命科学の融合

荒川薫 人間の心理と感性を考慮した知覚信号処理

西森拓 移動する要素集団のダイナミクスと機能の解明

柴田達夫 細胞の理論生物学

若野友一郎 生態的公共財ゲームにおける協力の進化

数理解析班

リーダー

砂田利一 ネットワークに関する諸問題

三村昌泰 非線形非平衡現象の数理的解明を目指して

玉木久夫 組み合わせ最適化の理論的基礎と現象数理学への応用

シミュレーション班

リーダー

草野完也 連結階層シミュレーションによる太陽フレア爆発現象の理解と予測

阿原一志 高次元クライン群の極限集合の可視化

上山大信 複雑パターン形成機構をシミュレーションから探る

研究協力者

池田幸太 反応拡散方程式系に現れる空間パターンの解析

中橋渉 学習進化の理論的研究

▼モデリング班

生物現象に関わるメンバーは、実験家・フィールド研究者であり、数学者との共同研究の経験・実績も有している。社会現象に関わるメンバーは、経済と工学の分野で現象の再現に重点をおいたモデル構築とそのモデルに基づく実証研究に優れた成果をあげている。

[数理生命科学], [数理生物学], [非線形非平衡科学], [安全学], [金融工学]

▼数理解析班

数学・応用数理学の分野で極めて高い水準の教育研究活動実績を持つと共に、他の二つの班を支援できるメンバーが揃っている。

[非線形解析学], [離散幾何解析学], [確率過程論], [時系列解析学], [コンピュータ解析学], [アルゴリズム理論学], [実験数学]

▼シミュレーション班

計算機シミュレーションおよび可視化法の専門家だけではなく、現象・モデリングを理解し、高度な計算機技術を持ちあわせている。

[コンピュータ支援解析学], [シミュレーション科学]

複雑系時系列の ダイナミクスの推移を捉える 解析技術の開発



岡部靖憲 OKABE Yasunori モデリング班リーダー

所属・役職： 先端数理科学インスティテュート所員
明治大学工学部教授

専門・学位： 確率過程論と時系列解析，理学博士・大阪大学
研究内容： 時系列データのモデリングおよび解析

研究概要

実験数学的立場よりの時系列解析が対象とする複雑系現象は、物理的な原理より時系列のモデルが分かっている現象ではなく、深部低周波地震のように物理的な現象でも時系列のモデルが分かる現象である。本研究の時系列解析の特徴は、データにモデルを天下り的に与えるのではなく、データの奥に潜むモデルを必要条件として導き出すという「データからモデル」の研究姿勢にある。そこには、時系列の解析に適用する定理の仮定をデータのみより検証することによって得られた情報は「第一の発見」と見なし、その数学的構造を調べて複雑系現象の奥に潜む「第二の発見」を目指すことによって、現象と数学の橋渡しを行いたい目的がある。

KM2O-ランジュヴァン方程式論に基づく時系列解析によって、複雑系時系列の定常性がTest(S)によって検出されるときは、時系列の時間発展を記述する方程式を導くことができる。その方程式の散逸項は多項式型の非線形性の構造を持っている。特に、時系列の異常性を検出するTest(ABN)に検出された時系列の異常時刻の前の定常な時間域での散逸項の非線形性の構造と同じ異常時刻の後の定常な時間域での散逸項の非線形性の構造がどのように推移しているかを調べることを目的とした。

- (i) KM2O-ランジュヴァン方程式論に基づく決定解析によって、4年前に、深部低周波地震のS波が到着直後の定常な時間域において発見した分離性という新しい性質を見つけた。さらに、昨年、この分離性は偶数次の多項式を施して得られるネスト構造をする情報空間と奇数次の多項式を施して得られるネスト構造をする情報空間とが分離するという数学的構造をもつことを示した。
- (ii) KM2O-ランジュヴァン方程式論に基づく決定解析と因果解析によって、日本銀行が世界で始めて実施したゼロ金利政策の期間において、マネーサプライとGDPの比である流通速度の時系列が定常性と決定性を持つこと、さらにマネーサプライとGDPの間の因果関係があることを実証した。
- (iii) KM2O-ランジュヴァン方程式論に基づくダイナミクス解析によって、分離性を持たない株価もブラックマンディ時のあとの定常性が復活する時期には「2次の非線形性」が利いていることを見つけ、昨年のブルガリアでの国際コンファレンスで発表した。

実験数学に基づく時系列解析の成果を社会の方に知っていただくために、明治大学のリバティアカデミービジネスプログラムとして、以下の題目で講義した（2008年4月16日～6月11日，全8回）。

題目：「経済時系列の実験数学的研究と般若心教

—複雑系現象の時系列の異常の前兆の補捉とダイナミクスの導出について—

参考文献

- [1] 明治大学のリバティアカデミービジネスプログラムの講義資料
- [2] Yasunori Okabe, On a time series analysis for complex phenomena based upon the theory of KM2O-Langevin equations, International Journal of Pure and Applied Mathematics, Vol.49, No.3, 2008, 309-316

安全確保における 機械と人間との リスク分担に関する研究



向殿政男 MUKAIDONO Masao

所属・役職： 先端数理科学インスティテュート副所長
明治大学工学部教授

専門・学位： 安全学, 工学博士・明治大学

研究内容： 不確定なシステムのモデリングおよび解析

研究概要

次世代ロボットの様に、機械と人間とが共存する場合、危害発生リスクをゼロにすることは出来ないで、どこまでリスクを下げたら許容可能なのか、機械と人間とはどのようにリスク低減に対して役割分担をすべきかが極めて不明確であり、有益な機械の社会生活への導入が阻害されている。本研究は、機械と人間との間でのリスク分担のあいまいさをモデル化することで、人間と機械とが共存する場合の安全基準の考え方の提案を目的とする。

介護や福祉に用いられる次世代ロボット等を例題にして、有益ではあるがリスクをゼロにはし得ない機械と人間とが共存するため原理(共存の原理)を確立することを最終目標にする。現在、基準がなく境界が不明確なために、有益な機械であるにも係わらず、日常の社会生活の中に入り込めない機械設備が、医療機械をはじめとして多く存在する。本研究では、人間と機械との安全確保の役割分担をリスクに基づいた安全確保のモデル化を通して考察し、どこまでリスクを低減したら人間にとって許容可能なのか、その時の安全確保の人間の役割と機械設備側の役割の境界はどこなのか、等の考え方を明確にし、人間と機械とが共存する機械設備のための安全基準の策定に資することを目的とする。

なお、以上の研究の実施のために、国としても、経済産業省が次世代ロボット安全性確保ガイドライン(1)を纏め(筆者が委員長)、その後、NEDO(新エネルギー・産業技術総合開発機構)が、2009年度より、生活支援ロボットの認証制度の確立とロボットビジネスの実際的な立ち上げを目指して、5年間の「生活支援ロボット実用化プロジェクト」を立ち上げて、生活分野におけるサービスロボットを対象に、安全性の基準の確立、安全性の検証と評価手法の確立の研究を開始した(筆者がプロジェクトの審査委員長)。

参考文献

- [1] 次世代ロボット安全性確保ガイドライン, 経済産業省, 2007-7
- [2] K. Sugihara and M. Mukaidono, Structured Safety System of Power Assistance Robot, Proceedings of 39th International Symposium on Robotics, pp.460-465, 2008-10
- [3] 向殿, 安全技術の現代的課題と社会的受容性, 精密工学会誌, Vol.75, No.9, pp.1041-1044, 精密工学会, 2009-9
- [4] 杉原, 向殿, 安全設計の基本概念, 品質, Vol.39, No.4, pp.7-15, 品質管理学会, 2009-10
- [5] 向殿, 次世代ロボットの安全性, (基調講演) 産業・化学機械と安全部門研究発表講演会 2009 講演論文集, pp.1-5, 日本機械学会, 2009-11

信用リスクのモデリングと 信用リスクマネジメント



刈屋武昭 KARIYA Takeaki

所属・役職： 先端数理科学インスティテュート所員
明治大学グローバル・ビジネス研究科教授

専門・学位： 金融工学, PhD・ミネソタ大学, 理学博士・九州大学

研究内容： 金融のモデリングおよび解析

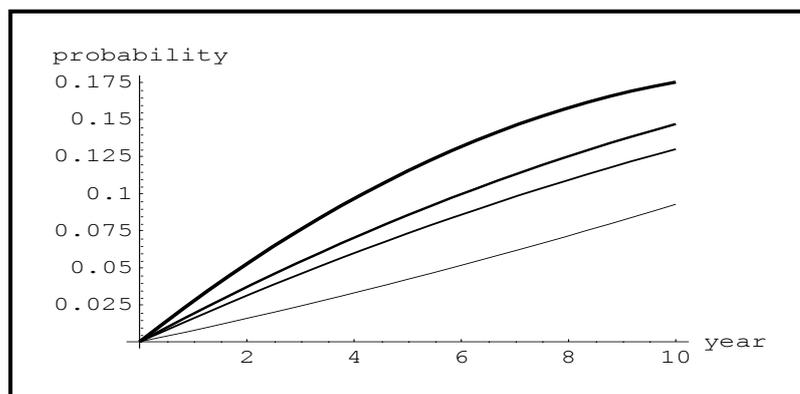
研究概要

銀行の貸出ローンはもちろん企業の売上債権などにも信用リスクが内包されている。これらのリスクマネジメントのためには、その適切な評価が必要である。本研究ではその評価の基礎となる信用リスク計測法を刈屋（2007）が提案した社債価格信用リスクモデルに基づいて扱った。その計測法は、計測基礎となる情報を、

1) 社債の価格, 2) 社債の格付, 3) 社債発行企業の売上高比率などによる業種ポートフォリオ比率, 4) 国債の価格の情報, に求め、信用リスクの期間構造を業種と格付けの組み合わせごとに計測するモデルを提案する。この研究では、そのモデルの応用法を考察した。

社債発行企業が複数の業種に参与していることを前提にして、多くの社債価格から、業種と格付の組合せごとに倒産確率の期間構造と格付毎の回収率を導出するものである。それゆえ、業種ポートフォリオ比率が異なる新社債価格のプライシングはもちろん、貸出ローン、デリバティブのプライシングや、流動性が乏しいこれらの理論構成価値の評価を可能にする。いろいろな社債を組み合わせ、特定の格付けに対応する社債ファンドの構築などの方法を示した。

このアプローチは、従来の過去の倒産企業のデータから倒産確率を推定するバックワードルッキングなモデリングと異なり、投資家は合理的に将来を見据えて現存企業の社債価格を決めているとみて、彼らが想定する業種別・格付け別倒産確率の期間構造と回収率を多くの社債価格データにより導出するフォワードルッキングなモデリングである、という特徴を持つ。加えて、社債の将来キャッシュフローを割り引く国債の割引関数の導出も、Kariya & Tsuda(95) に基づく国債の属性依存型のものであり、固有性を持つ。



同じ BBB 格の倒産確率

図の下から

- 1) 電鉄セクター
- 2) その他のセクター
- 3) 流通・小売セクター
- 4) 建設・不動産セクター

電力ネットワークのための 最適化, 予測, ルール発見の研究



森啓之 MORI Hiroyuki

所属・役職： 先端数理科学インスティテュート所員
明治大学理工学部教授

専門・学位： 知能情報学, 工学博士・早稲田大学

研究内容： インテリジェントシステムのモデリングおよび解析

研究概要

現在、電力エネルギー産業界では、地球温暖化防止対策の一環としてスマートグリッド構築の推進が進められている。その結果、風力ファームやメガソーラなどの分散電源の電力ネットワークへの大量導入により、不確定性を持つ複雑な大規模ネットワークに使用できる運用と計画の優れた技術の開発が要望されている。本プロジェクトの研究テーマとして、主に3つのことを研究しています。

- (1) 最適化の研究
- (2) 予測の研究
- (3) ルール発見の研究

まず、1つ目の最適化の理論的研究では、単純なルールやヒューリスティクスを反復的に用いて大域的最適解の高精度近似解を求めるメタヒューリスティクスに関心があります。メタヒューリスティクスを用いた大域的最適化、メタヒューリスティクスを用いたパレート解集合を系統的に求める多目的進化的計算 (図1参照)、不確定性を持つシステムの最適化、ハイブリッドメタヒューリスティクス、最適化のための分散・並列アルゴリズムなどを研究しています。応用面では、送電ネットワークや配電ネットワークの拡張計画、配電自動化 (ネットワーク再構成の最適化、電圧・無効電力制御、事故復旧制御、状態推定、負荷推定) などについて研究しています。次に、2つ目の予測の理論的研究では、統計的情報処理におけるカーネルマシンを使用した予測モデルについて研究しています。カーネルマシンは、非線形関数の線形和によるモデルを用いて、与えられたデータでモデルを学習し、モデル構築する手法である。応用面では、電力システムの運用計画に必要な電力負荷予測、電力市場における電力価格予測、風力発電のための風速予測、CO₂排出権市場の排出権価格予測、太陽光発電のための日射量の予測、スマートグリッドに関係が深い最高気温予測などについて研究しています。最後に3つ目のルール発見の理論的研究では、回帰2進木を用いたルール発見について研究しています。回帰2進木は、分岐ノードにおけるif-thenルールを用いて複雑なデータをターミナルノードに分類する手法である。If-thenルールにおけるファジィ推論やアンサンブル学習により、発見されるルールの高精度について研究している。応用面では、電力システムの電圧安定度指標の分類による電力システム状態と指標の関係の明確化、電力システム運用のための負荷予測における電力負荷予測のルール発見、電力市場における電力価格のルール発見、電力市場におけるプレイヤーの信用取引評価などを研究している。

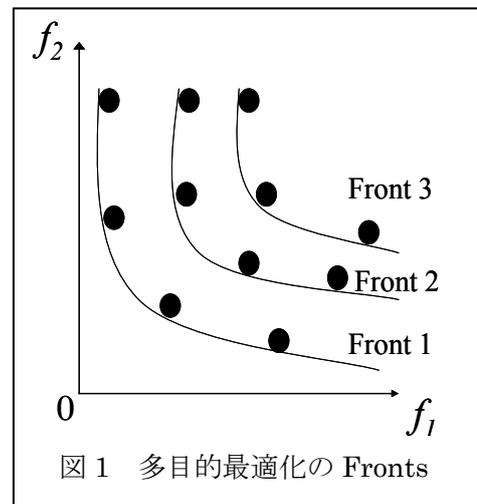


図1 多目的最適化の Fronts

数理学と生命科学の融合



小林亮 KOBAYASHI Ryo 副リーダー

所属・役職： 先端数理学インスティテュート所員
広島大学大学院理学研究科教授

専門・学位： 現象数理学, 博士 (数理学)・東京大学

研究内容： 生物の構造形成・運動・情報処理の数理学的研究

研究概要

現在行っている研究のテーマは以下の通りである。

1. 生物のロコモーションに学ぶ大自由度システム制御

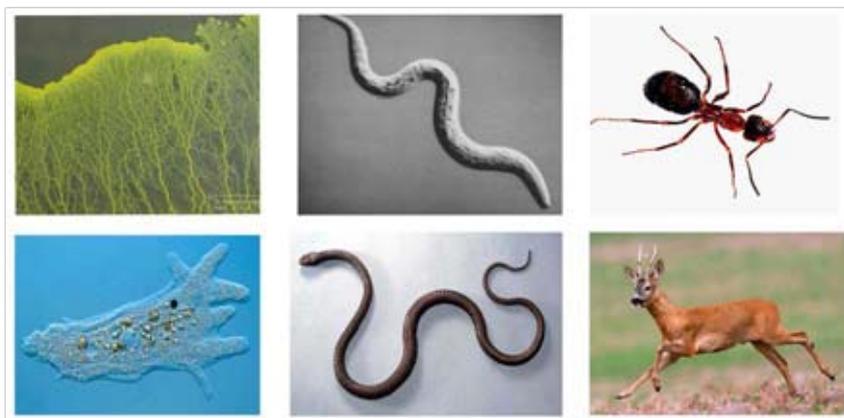
現実の複雑な環境の中を、あたかも生物のごとく、柔らかくしなやかに動きまわることのできるロボットを創り出すためには、ロボットの身体に生物同様の大きな自由度を持たせ、かつそれを巧みに制御する必要がある。アメーバ運動から歩行運動にいたるさまざまなロコモーション様式に通底する、しなやかな動きを生み出す制御のからくりを数理的に解明することにより、大自由度ロボットの自律分散的制御法の創出を目指す。

2. 生物の構造形成と情報

生物の構造形成を記述することのできる数理的な表現法を作り、その構造形成を律する情報と組み合わせた数理モデルを構築することを目指す。具体的には、卵割の初期過程、卵黄囊における血管網形成、真正粘菌変形体の管ネットワーク構造形成などをテーマとしている。

3. 河川のパターン形成について

河川は自然な状態ではほとんどの場合、直線的な流路をとることはなく、蛇行流路や網状流路が普遍的に観測されるパターンである。このようなパターンの形成を、実験室のスケールで再現することと、数理モデルによって統一的に再現することを目指す（このテーマのみ非生物系）。



人間の心理と感性を考慮した 知覚信号処理



荒川薫 ARAKAWA Kaoru

所属・役職： 先端数理科学インスティテュート所員
明治大学工学部教授

専門・学位： 画像・音声信号処理, 工学博士・東京大学
研究内容： 知覚システムのモデリングおよび解析

研究概要

画像などの知覚信号は、定量的評価のみではなく、主観評価の重要性が認識されている。しかし、これまでの信号処理手法は、誤差二乗平均の最小化など定量的評価に基づくものが主流であり、人間の嗜好や主観評価を考慮したものは少ない。そこで、人の嗜好や主観評価を考慮した新しい画像処理システムの開発を行う。

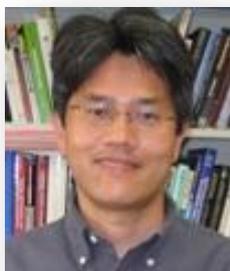
具体的には、まず、インタラクティブ進化計算により、人の主観に基づき最適な雑音除去や美観化を行う画像処理システムを開発する。インタラクティブ進化計算は、人間が嗜好に基づいた選定を繰り返しながら遺伝的アルゴリズムなどによる最適を行う方式で、これにより、最終的に人が望ましいと思う出力をその人の嗜好と主観評価に基づいて得ることができる。さらに、インタラクティブ進化計算は、一般に最適化が難しい非線形システムや、数学的モデルを得ることが困難な非定常信号に対しても容易に適用できる。本研究者は、従来より顔画像を美肌化する非線形画像処理システムを開発していたが、インタラクティブ進化計算を用い、人が望ましいと思う顔画像を対話的に得る方式を提案、その有効性を示した。

また、顔画像以外にも、一般に画像が雑音で劣化した場合、雑音を除去して画質を改善するためには、画像成分と雑音成分を識別するためにルールを構成し、それに基づいた画像処理を行う必要がある。このような画像処理システムにもインタラクティブ進化計算を導入し、人が望ましいと思う画質を実現する方式を提案した。

一方、音響信号については、混合音声のブラインド信号分離に遺伝的アルゴリズムを導入した方式を提案した。ブラインド信号分離は、複数音源信号の独立性に着目して信号分離を行うものであり、従来より種々の方式が提案されているが、混合音声に雑音が混入した場合、その分離性能が低下した。そこで、遺伝的アルゴリズムを導入することにより、雑音が混入しても、効果的な信号分離が実現できる方式を提案した。

さらに、脳波解析により、紙に印刷された文章とパソコンのディスプレイに表示された文章を読んだ時の人間の覚醒度や緊張感にどのような違いが表れるかを調べ、紙の場合は文字の大きさにより覚醒度に差が現れ、パソコンディスプレイの場合は文字の大きさにより緊張感に差が現れやすい傾向が現れることを示した。

移動する要素集団の ダイナミクスと機能の解明



西森拓 NISHIMORI Hiraku

所属・役職： 先端数理科学インスティテュート所員
広島大学大学院理学研究科教授

専門・学位： 非平衡物理学, 理学博士・東京工業大学

研究内容： 協同現象のモデリングおよび解析

研究概要

我々を取り囲む自然の中には様々なタイプの群れがある。魚の群れや、鳥の群れ、昆虫の群れなどがよく知られている例である。また、人間社会の中でも、多種の群れ運動がある。車の群れ、歩行者の群れなどについては、それらの流量あるいは渋滞度が社会全体の生産性に大きく関連してくる。また、バルハンと呼ばれ、道路やパイプラインなどの人造物に甚大な被害を与える砂丘の移動は、多数のバルハンの群れ運動として全体を捉えることで系の時間発展の特性を理解しやすいことが分かってきた。以上の問題について研究を進めているが、2008年度は次の2点に焦点を絞って議論を進めた。

1. 群れとして砂丘運動を捉えるための新しい数理モデルの構築と解析,
2. 昆虫の走化性を利用した粒子集団の流れモデルの構築と解析。

1 に関しては、堅い岩盤の上などを各砂丘がほぼ独立して移動していく「バルハン」と呼ばれるタイプの砂丘の運動特性を簡単な常微分方程式の形に縮約することに成功した。2つ以上のバルハンの間の衝突過程についても、連立常微分方程式として定式化し、さらに、初期条件に応じた系の時間発展を力学系の軌道として分類し、実験との定性的な一致をみた。これらは、従来、数理的取り扱いが困難であった砂丘の複雑な運動を数理的な面から記述する新しい試みであり、将来的に、より複雑な砂丘運動に適用し、砂丘の移動予測につながるものと期待できる。これらの結果は、論文誌や会議録、および著書として発表された。

2 に関しては、アリの走化性をヒントにして、従来の対面通行歩行者流の数理モデルに、フェロモンの分泌と蒸発・誘因の要素を組み入れた。その結果、歩行者の密度やフェロモンの蒸発量に依存して、フェロモンが渋滞を回避させ流量を亢進されることが判明した。フェロモンの作用を現実の歩行者流に直接的に適用させることはできないが、「場の中に流れの記憶を埋め込む」という考え方は、例えば、混雑した通路で同じ方向に進む他の歩行者が歩いた後を追う傾向など、個々の歩行者の振る舞いの特性と関連させようと思われる。さらに、将来的に導入される可能性のある自動交通システムに、フェロモンの作用を組み入れ渋滞を回避し、流れを促進させることも一つの応用といえる。これらの結果の一部は、論文誌に掲載されることが決定している。

細胞の理論生物学



柴田達夫 SHIBATA Tatsuo

所属・役職： 先端数理科学インスティテュート所員
広島大学大学院理学研究科准教授

専門・学位： 数理生命科学，博士（学術）・東京大学

研究内容： 細胞内プロセスおよび細胞間プロセスのモデリングおよび解析

研究概要

細胞は大きさが1から数10マイクロメートル程度のきわめて小さいシステムだが、環境の変化に応答したり、必要なことを記憶したりといったおおよそ生物に必要な機能の多くを備えている。実験技術の発達で、細胞の内部で起こっている構造形成、情報処理、機能発現の、ゆらぎのともなうダイナミカルなプロセスが見えてきた。また分子生物学の発展で細胞プロセスを構成している分子や反応の情報が膨大に蓄積してきた。細胞のダイナミカルなプロセスの仕組みを解明するためには、これらの情報を統合し、定量性の高い実験に数理科学の知識を総合的に用いたデータ解析、数理モデル、理論解析の必要性が高まってきている。

近年、細胞内部において反応拡散系的な仕組みによって時間-空間的構造形成の起こることが多数報告されている。それらには時間的振動、空間パターン、多安定性などが含まれ、それぞれの文脈で重要な機能を担っている。細胞のスケールでは反応の確率的性格は顕著だから、それらの構造形成の仕組みは確率的なノイズに対して頑強である必要がある。一方で構造形成の仕組みは、素過程の確率性を巨視的スケールに増幅し細胞の振る舞いに多様性をもたらす、一見相反する性質を兼ね備える。これらがどのようにして可能になるかを実際の1細胞蛍光イメージデータの解析や数理モデルの構築・解析を通じて研究を進めている。

また、発生は細胞内の反応プログラムを正確に作動させて、1細胞から様々な種類からなる細胞を生成し空間的に調和のとれた構造を形成する過程である。細胞スケールの遺伝子や蛋白質の機能発現過程は確率的にゆらいでおり、発生過程においてそのゆらぎがどの程度で、またどのように制御されているかは発生生物学上の大きな課題である。このテーマに実験と理論からアプローチするために、広島大学大学院理学研究科数理分子生命理学専攻の山本卓教授のグループと共同して発生過程の遺伝子の働きを時間的にモニターする方法を開発し、その解析を進めている。

生態的公共財ゲームにおける協力の進化



若野友一郎 WAKANO Yuichiro

所属・役職： 先端数理科学インスティテュート所員
明治大学研究・知財戦略機構特任准教授

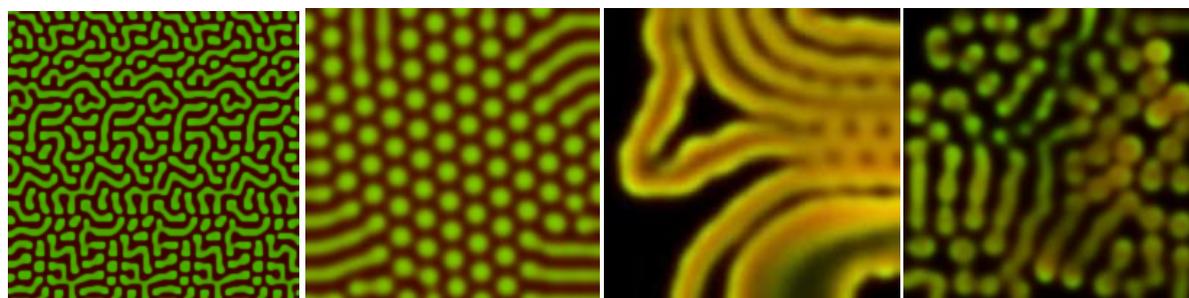
専門・学位： 数理生物学, 博士 (理学)・京都大学

研究内容： マクロ生物系・生態系のモデリングおよび解析

研究概要

公共財ゲームとは、複数プレイヤーによって共有される公共財に投資をするか否かを選択するゲームである。バクテリアによる抗生物質生産から、人間社会における環境問題に至るまで、幅広い現象が公共財ゲームの形を取っている。私は、共同研究者 C.Hauert (University of British Columbia), M.Doebeli (University of British Columbia), M.Nowak (Harvard University)と共に、生態的公共財ゲームを考察した。公共財ゲームでは、プレイヤー数が少ないときに協力的行動（公共財への投資）が進化しやすい。古典的には、プレイヤー数が一定である場合が考えられてきたが、生態的公共財ゲームでは、プレイヤー数が「集団全体としての公共財への投資レベル」の関数となると考える。より多くの個体が協力しあう社会では、個体密度が高くなり、結果として公共財を共有する個体数の期待値も増加すると考えられるからである。このとき、集団の一部の個体だけが公共財への投資を行う多形状態が、進化的に実現することを示した [1]。また、個体や公共財が空間的に分布している場合を、反応拡散方程式でモデル化することにより、解析した。その結果、ストライプ模様や時空カオスなど様々なパターン形成が起こることが明らかとなった（下図）。

協力戦略と裏切り戦略の、空間分布の例（緑/赤の明るさが、協力者/裏切り者の密度）



- [1] Hauert C, Wakano JY & Doebeli M (2008) Ecological Public Goods Games: cooperation and bifurcation. *Theoretical Population Biology* 73:257-263

ネットワークに関する諸問題



砂田利一 SUNADA Toshikazu 数理解析班リーダー

所属・役職： 先端数理科学インスティテュート所員
明治大学工学部教授

専門・学位： 離散幾何解析学，理学博士・東京大学

研究内容： ネットワークシステムの解析

研究概要

点と線からなる抽象的図形であるネットワークはグラフともよばれ、自然現象や社会現象の数学的モデルとして数理科学の様々な分野で使われている。例えば、経済学では多数の産業部門の間の需要・供給の関係（産業連関）をモデル化したレオンチェフ・モデル、工学では電気回路や論理回路、情報科学では効率的なネットワークのモデルであるラマヌジャン・グラフやコンピュータを抽象化したチューリング機械、結晶理論では原子間の力の作用をモデル化した結晶格子、数理解析では最近発展しつつある量子ウォーク理論など、ネットワークの考え方は極めて広い分野に浸透している。本研究では、大域解析学において開発された幾何学的手法を用いて離散構造を扱う離散幾何解析学に視座を置き、ネットワークの問題に対する基礎理論の確立および応用を目指している。

これまでの研究の中で、ラマヌジャン・グラフについては伊原ゼータ関数に対するリーマン予想の類似との関係を見出し、周期的磁場の下でのシュレディンガー作用素の離散モデルを構成した ([2])。さらに、結晶格子については $K4$ 格子とよんでいる結晶モデルがダイヤモンドとグラフェンのただ 1 つの数学的「親戚」であることを発見した ([1])。 $K4$ 格子については、現在その物性が第 1 原理計算により詳しく調べられ、 $Sp2$ 炭素結晶としての合成の可能性が示唆されている。もし合成されれば、金属の性質を有する結晶としての様々な用途が期待されている ([3])。

現在は、結晶格子上の量子ウォークの漸近挙動と、離散群のケーリー・グラフとラマヌジャン・グラフの関係などを研究している。ラマヌジャン・グラフの研究では、自由群の「算術的」部分群の定式化が急務であり、このためには自由群と 2 次形式理論の間に関連を見出すことが必要である。ランダム・ウォークの量子版である量子ウォークの研究では、離散幾何解析の観点から、その適切な定式化と一般化を探求しつつある。

[1] T. Sunada, Crystals that nature might miss creating, Notices of the AMS, 55 (2008), 208-215.

[2] T. Sunada, Discrete geometric analysis, Proceedings of Symposia in Pure Mathematics (ed. by P. Exner, J. P. Keating, P. Kuchment, T. Sunada, A. Teplyaev), 77 (2008), 51-86.

[3] M. Itoh, M. Kotani, H. Naito, T. Sunada, Y. Kawazoe, and T. Adschiri, New metallic carbon crystal, Phys. Rev. Lett. 102 No.5 (2009)

非線形非平衡現象の 数理解明を目指して



三村昌泰 MIMURA Masayasu 拠点リーダー（研究統括）

所属・役職： 先端数理科学インスティテュート所長
 明治大学理工学部教授

専門・学位： 現象数理学，工学博士・京都大学

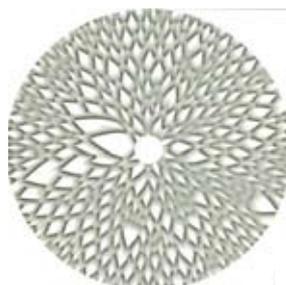
研究内容： 非線形非平衡現象の解析およびモデリング

研究概要

自然界にはこの半世紀の間に、私たちはひとつの大きなパラダイムの転換を経験しました。それは、物理的な言葉を借りて表現すれば、平衡系の熱力学という静的な自然観から、非平衡系の熱力学、とりわけ非線形・非平衡系を基盤とする動的な自然観への大きな転換です。生命現象をはじめとする自然界のさまざまな営みを理解するうえで、非線形・非平衡系というキーワードを欠かすことはできません。自律的なリズムの発生、自己組織的に形成されるパターンや形態、爆発・凝縮といった特異性などがその舞台の主演となっているのです。このような現象には真の非線形性が本質的な要因となっており、その解明なくして現象を理解することができないことは明らかでしょう。このような非線形現象は数学や物理学、そして、化学、生物学、工学など自然科学のさまざまな分野に現れ、現在、「非線形」という言葉は数学の分野においても馴染みのある言葉となっています。しかしながら、このような現象を「非平衡系の数理」という視点からとらえた研究はいまだ確立されていません。その理由は、数学の分野だけから接近するにはあまりにも大きいテーマだからです。しかしながら、他分野との連携、コンピュータの急速な発展、それを用いた数値的研究と純数学的理論研究が相補的視点から遂行できるようになったことから現象数理学とよばれる数理科学的方法論が徐々に確立されて来ました。本事業推進担当者の2008年度の研究活動は

- (1) 非線形非平衡下でのすす燃焼モデルの数理解析
- (2) 反応拡散方程式の特異極限法の開発
- (3) 非線形非平衡反応拡散方程式に現れるパターン形成
- (4) 競合-拡散方程式の棲み分け理論

である



組み合わせ最適化の理論的基礎と現象数学への応用



玉木久夫 TAMAKI Hisao

所属・役職： 先端数理科学インスティテュート所員
 明治大学理工学部教授

専門・学位： 計算の理論, PhD・トロント大学

研究内容： 計算とアルゴリズム理論

研究概要

組み合わせ最適化について、理論的基礎から応用まで幅広く研究した。

理論的側面では、巨大近傍局所探索法の基礎としてグラフの分枝分割についての研究に力を入れている。全体の構想は以下の通りである。組み合わせ最適化の一般的な方法のひとつとして、局所探索法ないしは逐次改善法がある。これは、暫定解を順次改良して行くことにより、最適に近い解を得ることを期待するものである。改良の各ステップにおいて、暫定解に対してその改良解の候補の集合をその暫定解の近傍と呼ぶ。近傍のなかに、暫定解よりも良い解が存在しない場合に局所探索は終了するが、当然ながらそれによって得られる解は局所最適解であって真の最適解であるとは限らない。巨大近傍の考え方は、近傍を巨大（通常入力の大きさに関して指数的大きさ）にとることによって、よくない局所最適解に捕捉される可能性を減らそうというものである。

巨大近傍局所探索では、巨大近傍の中での最適化という部分問題が生じる。玉木は、この部分問題が「幅の小さい分枝分割を持ったグラフ上の問題」となるように巨大近傍を設計するアプローチを追及しており、例えば、巡回セールスマン問題などで一定の成果を挙げて来た。このアプローチのなかで、与えられたグラフの最適分枝分割を求める問題は重要である。この問題は一般のグラフに対しては NP 困難であることが知られているが、平面グラフに対しては $O(n^4)$ 時間で解くことができることが Seymour と Thomas によって知られていた。玉木は Qianping Gu とともにこのアルゴリズムの実行時間を $O(n^3)$ 時間に改良した。この結果が 2008 年度の ACM Transactions on Algorithms に掲載されている。さらに、玉木は Qianping Gu とともに、平面グラフの分枝分割の近似アルゴリズムや、平面グラフの分枝幅の最大格子マイナーの大きさに対する比の新しい上限などの理論的な結果を得ている。これらの結果は 2009 年度に国際会議で発表する予定である。

応用面では、グラフ描画などの計算機科学的な応用についての研究を進める一方で、現象数学、特にシミュレーションへの応用を模索して来た。年度末に行った、当 GCOE 事業推進担当者のひとりである地球シミュレーションセンター草野完也氏の研究グループとの議論により、対象とする問題の候補を得た。これは、太陽磁場を太陽光観測データから推定する問題である。観測光の偏光から推測される磁場ベクトルには 180 度の不定性があり、大局的な一貫性からこの不定性を取り除く問題は 0-1 最適化問題として定式化できる。巨大近傍アプローチがこの問題について有効であるかどうかの検討を開始している。

連結階層シミュレーションによる 太陽フレア爆発現象の理解と予測



草野完也 KUSANO Kanya シミュレーション班リーダー

所属・役職： 先端数理科学インスティテュート所員

明治大学理工学研究科客員教授

海洋研究開発機構地球シミュレータセンター・プログラムディレクター

(現所属：名古屋大学太陽地球環境研究所・教授 /2010年9月現在)

専門・学位： シミュレーション科学, 理学博士・広島大学

研究内容： 大規模階層系のモデリングおよびシミュレーション

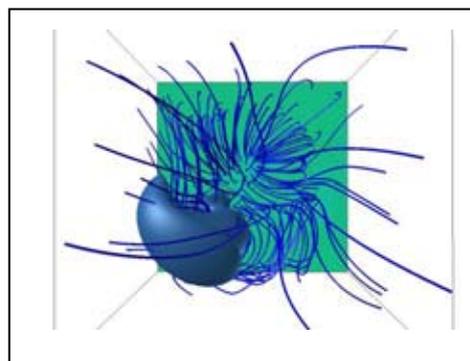
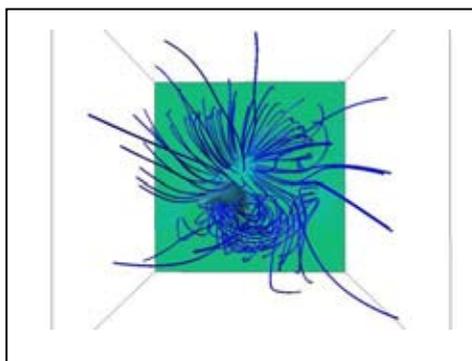
研究概要

空間的にも時間的にもスケールの異なる素過程が複合的に関与した複雑現象のモデル化は様々な分野の重要な研究課題として注目されている。特に、プラズマでは電子とイオンの微細な運動と様々なスケールの電磁流体现象が複雑に相互作用することから、マルチスケールプロセスの理解が重要となる。我々は、太陽と地球磁気圏からなる大規模なプラズマシステムにおいて生じる突発現象（太陽フレア、コロナ質量放出）の予測と理解を目指して、異なる物理階層をつなぐ新たなシミュレーションの研究開発を実施した。

太陽地球結合システムにおける爆発現象は太陽表面磁場に蓄積された自由エネルギーの解放とそれによって生じる衝撃波の伝播によって発生する。そこで、我々は太陽表面、太陽コロナ、惑星間空間に対応するモデルをそれぞれ開発すると共に、それらを相互に連結することによって一連の現象を再現することを試みた。さらに、太陽科学衛星「ひので」によって観測された太陽表面磁場をもとにして太陽コロナ磁場の平衡解を境界値問題として求めると共に、2006年12月に発生したフレア爆発の再現シミュレーションを世界で初めて実現することに成功した。このシミュレーションは、仮想的な太陽表面運動によってコロナ磁場を不安定化することによって実施された。そこで、様々な仮想流を用いた数値実験を通して、コロナ磁場の不安定化度を定量的に評価することにより太陽フレアの発生予測を行う可能性を探った。その結果、実際にフレアが発生した時間に近い観測データを用いた場合により大規模な爆発を再現できることが示された。このことは観測に基づく数値モデルによって宇宙空間における大規模な爆発を予知し得る可能性を意味するものであり、複雑現象の理解のみならず宇宙天気予報の高度化に貢献すると期待されている。

図：

観測データに基づくシミュレーションによって再現された太陽フレア発生直後(左)とその後(右)の磁力線及び衝撃波面(青の等高面)の構造変化。



高次元クライン群の 極限集合の可視化



阿原一志 AHARA Kazushi

所属・役職： 先端数理科学インスティテュート所員
明治大学工学部准教授

専門・学位： コンピューティングトポロジー，理学博士・東京大学
研究内容： 画像処理，可視化

研究概要

クライン群とは、3次元双曲空間の等長変換群の部分群のうち真性不連続であるもののことであり、2次元球面上のメビウス変換群の部分群としても与えられる。この数学的対象の次元を一つあげて、4次元双曲等長変換群・3次元球面上のメビウス変換群について考え、これを4次元クライン群と称して研究している。

クライン群は $SL(2, \mathbb{C})$ (2次元特殊線形群) に表現をもつのであるが、高次元クライン群の場合には、4元数を成分とする2行2列の行列群に表現を考える。クライン群の元は、「楕円型」「斜航型」「放物型」といった分類があるが、この分類を発展させて、4次元クライン群ではこれらの分類に「単純」「複合的」と形容詞をつけて、全部で6種類の分類ができることが知られており、これは、行列表現の共役不変ないくつかの不変量についての条件で書き表すことができる。

4次元クライン群に対して、任意の1点の軌道の集積点集合を極限集合と呼ぶ。これは4次元双曲空間の無限遠点集合 (3次元球面と同相である) 上に現れる集合であり、多くの場合フラクタル構造を有する「複雑な」図形である。クライン群を研究する場合には、生成元を制限するなどしてクライン群が構成される範囲を調べる (これをスライスとよぶ) のが普通で、そこに現れる極限集合の形状が興味の対象の一つである。クライン群の場合には、2次元球面上のフラクタルな「線」である。ある場合には無限個の円周が互いに接しているような形状をしている。(アポロニアンガスケット。) 擬フックス群では円周と同相であるがフラクタル構造を持つような形状が現れる。4次元クライン群の場合には「線状」のもの「面状」のものが知られている。1本のフラクタル形状の折れ線で得られるものもあれば、無限個の球面が互いに接するような形状のものもある。また、2次元球面と同相であるがフラクタルを持つような形状も知られている。

定義に従えば、極限集合は1点の軌道の集積点集合であるので、極限集合のグラフィック描画は点描によるしかない。「線状」「面状」といった構造を見て取るのは数学の定理によるしかなく、極限集合の可視化は4次元クライン群の構造を数学的に解析する作業に他ならない。

複雑パターン形成機構を シミュレーションから探る



上山大信 UHEYAMA Daishin

所属・役職： 先端数理科学インスティテュート所員
明治大学理工学部准教授

専門・学位： 現象数理学，博士（理学）・北海道大学

研究内容： シミュレーション支援解析

研究概要

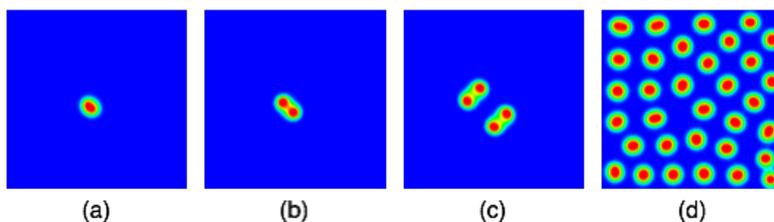
自然界に見られる複雑なパターンはどのようなメカニズムで生成されるのでしょうか？生物の形作りはまさに脅威ですが、非生物においても人々を引きつける魅力的で複雑なパターンが見られます。例えば、ある種のゲル内化学反応沈殿系において見られるリーゼガングディスクとよばれるパターンは、その配置に美しい数学的な法則が見られることから長年興味を持たれてきました。近年、その整然としたパターンと複雑な樹枝状パターンを含むパターンの遷移が、ゲルの性質によってもたらされる発見があり、新たな展開を見えています。私は、その化学反応沈殿系について、モデリングおよびシミュレーションという強力な武器を用いて、その基本機構の解明を目指しています。

また、複雑な化学反応系的一部分を抜き出した自己触媒反応拡散系において、細胞分裂に似た自己複製パターンというパターンがその方程式の解として得られることが知られています。このような複雑な時空パターンが生じる基本機構を、シミュレーションと計算機支援解析という手法から接近を試みています。

このような、モデリングと計算機を用いたシミュレーション、解析は生命現象を含む複雑な現象の理解へつなげる方法論となり得ると信じて、日々研究を行っています。



3次元ゲル内化学反応沈殿系モデルのシミュレーション結果



反応拡散方程式系に現れる 空間パターンの解析



池田幸太 IKEDA Kota

所属・役職： 先端数理科学インスティテュート研究員
明治大学研究・知財戦略機構研究推進員（ポスト・ドクター）
GCOE-現象数理 PD

専門・学位： 数学, 博士（理学）・東北大学

研究内容： 反応拡散方程式, パターン形成問題の数理的解析

研究概要

様々な現象に現れる空間パターンを再現するため、数多くの反応拡散方程式系が提唱されている。パターン形成問題における主な研究テーマは、空間パターンが持つ数理的な性質を解明することであるが、研究テーマは大きく2つに分けられ、空間パターンを再現するために必要な条件を求めることと、複雑な空間パターンを再現できる方程式系を探すことが重要である。

前者の研究テーマに関する研究に、凸領域における未知関数を1つだけ持つ反応拡散方程式は安定で空間非一様な定常解を持たない、というよく知られた数学の結果が挙げられる。この結果から、空間パターンを再現するには、単純な方程式は不十分であることが分かる。一方、未知関数を2つ持つ反応拡散方程式系は複雑な空間パターンを再現し得る。しかしながら、再現される空間パターンは非常に複雑であるため、数理的研究を推進するにはより単純な空間パターンを対象にし、適当な条件を課すべきである。そこで拡散係数の比が非常に大きい状況に相当するシャドウ系を考え、多重スポットの不安定性を示した。本研究では一般的な方程式系を扱っており、この結果は一般的である。

後者の研究テーマにも取り組んでいる。具体的には、共同研究者の三村昌泰氏によって提唱された燃焼のモデル方程式の数理的研究を行っている。この方程式系を用いると、実験に現れ、かつこれまで厳密解析によって得られていない空間パターンを再現できる。詳しく述べると、この方程式系におけるパラメータを変化させると、一様燃焼面、波状の燃焼面、指状の燃焼面が現れる。また、燃焼の反射現象も観測される。これらの空間パターンには共通点があり、1次元進行波解が重要な役割を果たすであろう。そこで、まずは1次元進行波解を構成することが重要であり、それに成功した。また、進行波解が適当な条件下では安定であることも示した。一般に、興奮系と呼ばれる単安定型反応拡散方程式系においても同様の結果が成り立ち、新たな結果が得られたと言える。今後は本研究を推進し、前述の様々な空間パターンを再現する解を構成することが目標である。

学習進化の理論的研究



中橋 渉 NAKAHASHI Wataru

所属・役職： 先端数理科学インスティテュート研究員
明治大学研究・知財戦略機構研究推進員（ポスト・ドクター）
GCOE-現象数理 PD

専門・学位： 理論人類学，博士（理学）・東京大学

研究内容： 学習能力の進化，性淘汰理論

研究概要

学習進化の理論研究では，基本的に「ある1つの行動」を遺伝的に持つように進化するか，個体学習あるいは社会学習によって獲得するように進化するかということが主に考えられてきた(Boyd and Richerson, 1985, 1988, 1995; Rogers, 1988; Feldman et al., 1996; Henrich and Boyd, 1998; Wakano et al., 2004; Aoki et al., 2005; Wakano and Aoki, 2006, 2007; Nakahashi, 2007; Enquist et al., 2007; McElreath and Strimling, 2008; Aoki and Nakahashi, 2008)。ここでいう個体学習とは，他者から行動を学習するのではなく自力で正しい行動を模索することであり，一方社会学習とは他者から行動を学習することで，親から学習する場合を垂直伝達，親世代の任意の他者から学習する場合を斜行伝達，同世代の任意の他者から学習する場合を水平伝達と呼ぶ。また，任意の他者から学習するのではなく，多数派や成功者・高地位者から選択的に社会学習する場合もある。

一方で近年の実証的研究から，種間及び個体間で個体学習行動と社会学習行動の観察頻度に正の相関がみられることがあることが分かってきた(Reader and Laland, 2002; Bouchard et al., 2007)。しかしながら，1つの行動の獲得方法の進化を考える先行研究では，モデルの制約上，どうしても各方法のウエイトの合計が1にならざるを得ず，社会学習と個体学習にトレードオフが生じるため，この正の相関を説明できなかった。そこで，この問題を解決するため，個体学習及び社会学習をどれだけの回数行うように進化するかを考える新モデルを作り解析を行った。

解析においては，どのような戦略が進化的に安定であるかを調べる ESS 法(Maynard Smith, 1982)を用いた。また，求められた ESS が進化の帰結として実際に達成されるか，すなわち ESS が CSS(Eshel, 1983)であるかどうか解析的に確認した。さらに，様々な戦略を実際に競わせる数値シミュレーションを行い，解析的に得られた結果と整合する結果が得られるかどうか確認した。

これらの解析を行い，個体学習及び社会学習をどれだけの回数行うように進化するかを調べた結果，個体学習回数と社会学習回数の間に正の相関が生じる場合があることが分かった。学習回数が多いほど，観察者に学習行動を観察される頻度が増すと考えられるため，実証的研究において個体学習行動と社会学習行動の観察頻度に正の相関がみられることがあることが，この研究の結果から説明できる。また，本研究によって，どのような場合に個体学習と社会学習の回数，すなわちそれぞれの学習行動の観察頻度に正の相関や負の相関が生じるかを理論的に予測できるようになった。