

15 日 (金)

9:50 - 10:00 開会 (Opening)

1. 10:00 - 11:00 特別招待講演 (Special invited talk): **Joseph O'Rourke** (Smith College)  
「Delta Domes over Equiangular Polygons」
2. 11:15 - 11:45 齊藤 一哉 (Kazuya Saito, 九州大学) 「生物模倣展開構造の開発」
3. 11:45 - 12:00 山崎 桂子 (Keiko Yamazaki, 明治大学)  
「折り畳みと軽量化の両立する遮音シェード構造の検討」
4. 12:00 - 12:15 佐々木 淑恵 (Toshie Sasaki, 明治大学) 「折紙ヘルメットの制作とシミュレーション」
5. 12:15 - 12:45 松原 和樹 (Kazuki Matsubara, 埼玉大学)  
「剛辺数に着目した多面体の連続的平坦化問題(III)」
6. 14:15 - 14:45 上原 隆平 (Ryuhei Uehara, JAIST) 「ダブル・キュービック・コアの提案と基本性質」
7. 14:45 - 15:00 阿部 綾 (Aya Abe, 明治大学) 「折紙遮音壁を用いた室内騒音低減に関する一考察」
8. 15:00 - 15:30 伊藤 大雄 (Hiro Ito, 電気通信大学) 「平行山谷付き絵画折り問題の強 NP 完全性」
9. 15:30 - 16:00 前川 淳 (Jun Maekawa, 折り紙作家) 「双曲放物面を内部に持つ立方体モデル」
10. 16:15 - 16:45 寺田 耕輔 (Kosuke Terada, 明星大学) 「プレス折線加工を用いた圧潰工法の紹介」
11. 16:45 - 17:15 館 知宏 (Tomohiro Tachi, 東京大学)  
「フラストレーションによる自己変形: しわしわ、ひらひら、ぺこぼこする形」

16 日 (土)

12. 10:00 - 10:30 三谷 純 (Jun Mitani, 筑波大学)  
「境界形状に制約を与えた可展ユニットの組み合わせによる可展多面体モデルの生成」
13. 10:30 - 11:00 村井 紘子 (Hiroko Murai, 奈良女子大学)  
「トポロジーと折り紙—folding motion を許容しない folded state の存在について」
14. 11:00 - 11:30 買 伊陽 (Yiyang Jia, 成蹊大学) 「平坦折りの抽象代数学観点からの再認識」
15. 11:30 - 12:30 ワークショップ: 布施知子 (Tomoko Fuse, 折り紙作家)  
「テープから折り出す正多角形のコイル」
16. 14:00 - 14:30 ルイス ディアゴ (Luis D. Diago, 明治大学) 「Fan production automation research」
17. 14:30 - 15:00 萩原 一郎 (Ichiro Hagiwara, 明治大学) 「折紙型油圧ダンパーの発明と展開」
18. 15:00 - 15:30 堀山 貴史 (Takashi Horiyama, 北海道大学)  
「45 度系格子パターンにおける局所平坦折り可能な展開図の数え上げと ZDD による列挙」
19. 15:45 - 16:15 宮本 好信 (Yoshinobu Miyamoto, 愛知工業大学) 「RES 部材間角度整合と多面体造形」
20. 16:15 - 16:45 安田 博実 (Hiromi Yasuda, JAXA) 「周期的な折り紙構造の波動伝搬」
21. 16:45 - 17:15 奈良 知恵 (Chie Nara, 明治大学) 「正四面体の連続的平坦折りたたみを読み解く」

17:15 - 17:25 開会 (Closing)

組織委員: 奈良知恵 (Chie Nara, Chair), 萩原一郎 (Ichiro Hagiwara), 上原隆平 (Ryuhei Uehara),  
三谷純 (Jun Mitani), 館知宏 (Tomohiro Tachi), 西森拓 (Hiraku Nishimori)

# Delta Domes over Equiangular Polygons

Joseph O'Rourke & MIT CompGeom Research Group

October 4, 2023

## Abstract

A *general convex deltahedron* is a convex polyhedron whose surface is composed of unit equilateral triangles, possibly coplanar. So every face is a convex polyiamond. In this work we consider such a surface  $\mathcal{D}$  with boundary, sitting above a planar convex polygon  $P$ . We say that  $P$  can be *domed* if there is a  $\mathcal{D}$  so that (a)  $\mathcal{D} \cup P$  is a convex polyhedron, and (b)  $\mathcal{D} \cap P = \partial P$ . So the resulting convex polyhedron is a deltahedron except for one face  $P$ .

Our main result is a complete characterization of which equiangular  $n$ -gons can be domed: only if  $n \in \{3, 4, 5, 6, 8, 10, 12\}$ , and only with certain patterns of integral edge lengths. We also mention several other results that will appear in a future paper.

## 生物模倣展開構造の開発

齊藤一哉（九州大学大学院芸術工学研究院）

k-saito@design.kyushu-u.ac.jp

大きな構造をコンパクトに折り畳む技術は、人工衛星用太陽電池パネルから傘や扇子などの日用品まで、様々な用途・スケールで必要とされる。一方、自然界に目を向けると様々な生物が同様の「折りたたみ」問題に取り組んでいる。生物の知恵や進化のメカニズムから学ぶことでボトムアップ的な研究開発では思いつかないような革新的な展開構造の開発が可能となる。本講演では昆虫の翅の折りたたみを応用することで開発された様々な展開構造や軽量構造について解説する。現在、ハサミムシの翅の折りたたみを応用することで月面基地用の展開型太陽光発電モジュール[1]を開発している。また、平面の展開図を立体構造へ拡張することで得られた新しい展開型テントの幾何学モデルについても解説する。また、昆虫以外にも一部の植物やキノコは限られた時間に大面積を展開するため折紙的・切紙的パターンを利用している。講演ではキノガサタケの菌網の展開を観察することで得られた展開の幾何学モデルについて紹介する[2]。

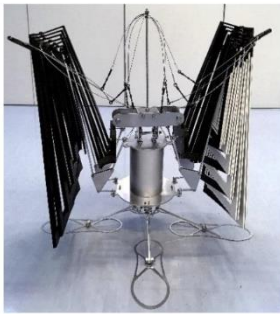


図1 月面基地用の太陽光発電モジュール(1/10 モックアップ)

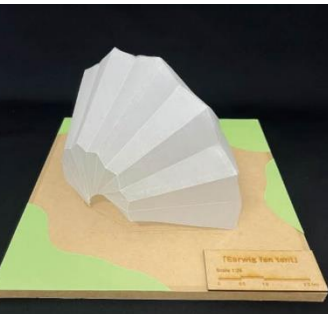


図2 ハサミムシ型テント

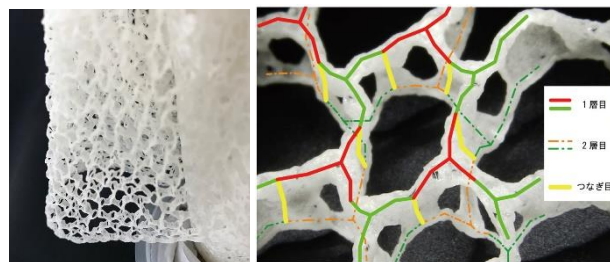


図3 キノガサタケの菌網

[1] J. Sato, et al., Passive Deployment Mechanisms for Minimal Composition of Lunar/Martian Base Camp Implanted into Lava Tube. 52nd International Conference on Environmental Systems. 2023

[2] 北島 千朔, 齊藤 一哉, 末廣 香織, キノガサタケの菌網の展開について, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 959-962 2023 年 9 月

## 折り畳みと軽量化の両立する遮音シェード構造の検討

山崎桂子\*1, 米大海\*2, 橋口真宜\*2, 萩原一郎\*1

\*1 明治大学, \*2 計測エンジニアリングシステム株式会社

コロナ禍を契機として自宅滞在時間が増加し、通常的生活音に加えて、リモート会議の音声や趣味の音楽等が近隣騒音問題として顕在化している。対策として防音室が挙げられるが、設置に工事を要し賃貸住宅では実現が難しく、さらに本体及び工事費が高額で導入は困難である。そこで、本研究では、比較的安価で折り畳み収納が可能であり、かつ外部への音を環境省の定める居住地域の騒音基準値である 55 dB（昼間）（参考 45dB（夜間））まで下げられる遮音シェードの開発に取り組む。試作品を作成することなく製品形状を忠実に表現するために、多重物理連成の市販ソフトウェア COMSOL Multiphysics を利用して周波数領域での圧力音響解析と遮音シェードの変形応力解析を実施した。

シェードは直方形とし、図 1 のとおり四面ある壁のうち二面は吸音材を段ボール素材で覆い、残りの二面は厚紙を蛇腹に折ったものを接合した形状とする。既存の市販製品は側面すべてを吸音材で構成しているが、重量が 8kg 程度増加するのに対してシェード外側の音圧は微減にとどまり、却って 100, 350 及び 450Hz では 5 デシベル程度増加するという結果になった（図 2）。図 3 に示すような蛇腹形状部分を垂直コアやその変形したものを適用したシミュレーションでも 60dB 前後までの減音を実現できた。

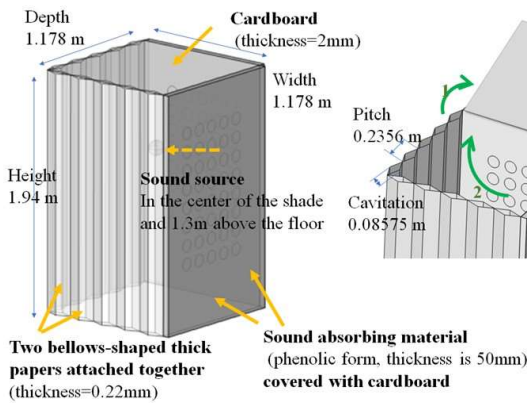


Figure 1 Shape, size and material

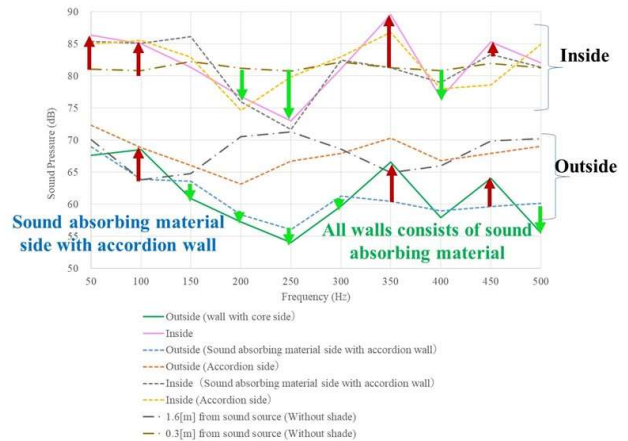


Figure 2 Comparison with shape of existing products

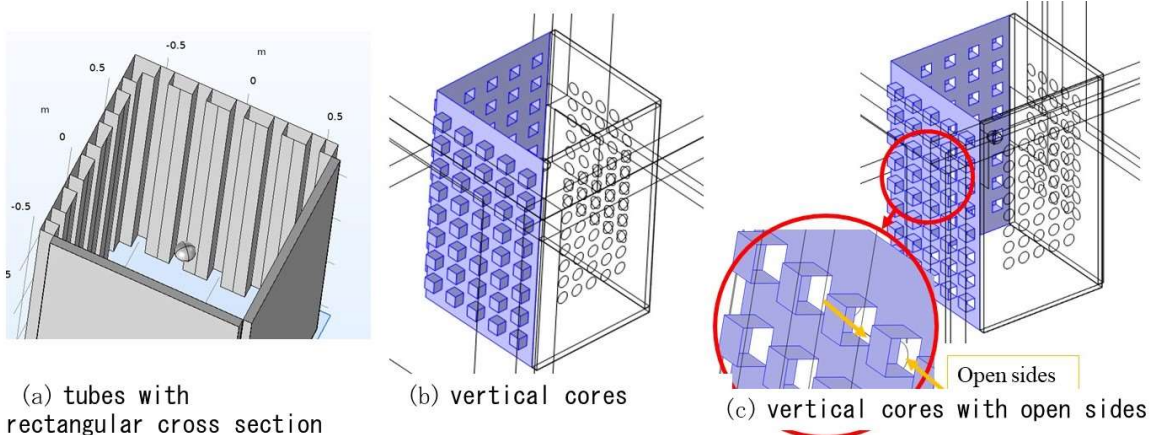


Figure 3 Replacement of bellows with three types of structures



## 折紙ヘルメットの制作とシミュレーション

佐々木淑恵（明治大学），揚陽（明治大学），萩原一郎（明治大学）

2023年4月，日本では自転車利用時にヘルメットの着用が義務化された。これは，近年の自転車事故やけがの増加に対応するための措置である。ヘルメットの着用義務により，自転車利用者の頭部が保護され，転倒や衝突による重傷を軽減することが期待されている。しかし，一部の利用者からはヘルメットの着用による不快感が指摘されている。この課題に対応するため，新しい帽子型ヘルメットの提案である。このヘルメットは「改良型なまこ折り」という折紙手法を用いて，エネルギー吸収と快適な装着感の双方を目指している。伸縮性に優れ，頭部との接触部分が柔軟になる。これにより，頭にぴったりと合っただけでも窮屈さを感じにくくなる。通気性にも優れ，頭に固定されていても蒸れにくい構造である。ヘルメットが髪に張り付くことを軽減し，髪スタイルに影響を与えない。素材は紙で，汗などの成分を一定程度吸収するため，べとつきにくく，重量も通常のヘルメットよりも軽い188グラムである。

材料が紙であるため，強度確認のために衝撃に対する解析シミュレーションモデルを準備している。これにより，衝撃が加わる際にエネルギーを効果的に分散し，頭部への負担を軽減できることを確認する予定である。折り紙の技術を用いた場合の衝撃へのエネルギー吸収率を実際の衝撃テストなどを通じて検証し，その成果はヘルメットや他の頭部保護具の設計においても応用可能で，より安全かつ快適な製品の開発に寄与することが期待される。今後も実世界での効果を確認するために様々な状況や使用シーンでの評価を行い，さらなる検証を進めていく予定である。



Fig.1 Hat-Shaped helmet with improved namako fold

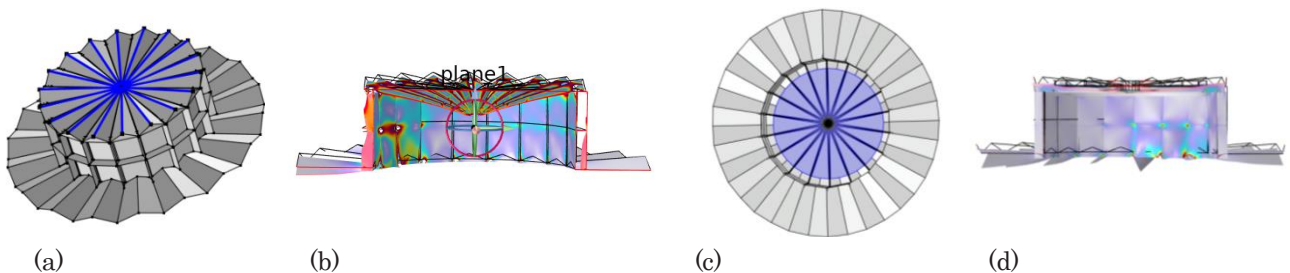


Fig.2 Stress simulation: Material: Cardboard, Thickness: 0.2 mm, Density: 256.9 kg/m<sup>3</sup>, Young's modulus: 0.664 GPa, Poisson's ratio: 0.3 When a load of 20 N is applied to the position shown in (a) and the stress distribution is calculated, the central part is concave as shown in (b). As a countermeasure, it is shown in (c), When reinforcement is provided on the head, the dent is reduced as shown in (d).

## 剛辺数に着目した多面体の連続的平坦化問題 (Ⅲ)

松原 和樹 (埼玉大学教育学部)

奈良 知恵 (明治大学先端数理科学インスティテュート)

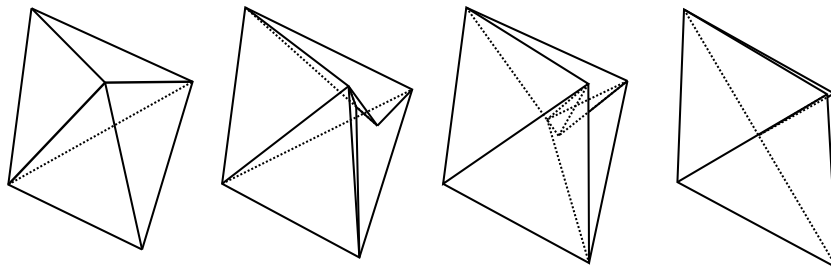
折り目によって折ることができる紙のような素材でできた多面体を平坦に折り畳む問題 (詳細は [1] を参照) を考える。ただし, ここでは紙の厚さは考えず, 切込みや伸縮は許されないものとする。「多面体が各面の形状を変えずに連続的に変形したとしても, その体積は不変である」というフィゴ定理 [2] より, 多面体の連続的平坦化においてすべての面の剛性を保つことは不可能であることが示される。つまり, 平坦化状態への連続的な変形においては, いずれかの面を連続的に動く折り目 (移動折り目) によって変形させる必要がある。一方, 辺の剛性に着目すると, いずれの辺も折ることなく連続的平坦化が可能な非凸多面体の存在が知られている ([3] を参照)。また, 凸多面体に限ると [4] において次の結果が得られている (これは E.D. Demaine 氏からの情報提供により明らかとなった事実である)。

**定理.** 凸多面体の連続的平坦化において, すべての辺の剛性を保つことは不可能である。

本講演では, できるだけ多くの辺の剛性を保つ (凸) 多面体の連続的平坦化手法や, 連続的平坦化において剛性を保つことのできる辺数の最大値に関して得られた結果を述べる。また, 特定の 1 本の辺以外の辺の剛性を保つ連続的平坦化が可能な次の多面体およびその平坦化動作を提示する。

(i) 三角形面だけからなる  $2n$  面体 ( $n \geq 2$ )

(ii)  $n$  角柱 ( $n = 3, 4, 5, 6$ )



例. 1本の辺以外の辺の剛性を保つデルタ六面体の連続的平坦化

## 参考文献

- [1] Demaine, E.D., O'Rourke, J.: Geometric Folding Algorithms: Linkages, Origami, Polyhedra. Cambridge University Press, 2007.
- [2] Connelly, R., Sabitov, I., Walz, A.: The bellows conjecture. *Beitäge Algebra Geom.* **38**, 1-10, 1997.
- [3] Matsubara, K., Nara, C.: Maximum numbers of rigid faces and edges in continuous flattening of polyhedra, submitted.
- [4] Connelly, R.: Rigidity. In: Gruber, P.M., Wills, J.M. (eds.) *Handbook of Convex Geometry*, North-Holland, Amsterdam, 223-271, 1993.

## ダブル・キュービック・コアの提案と基本性質

谷口智子, 上原隆平

北陸先端科学技術大学院大学 コンピューティング科学研究領域 {tomoko-t, uehara}@jaist.ac.jp

キュービック・コアとは、1枚の板に等間隔に正方形の穴を開け、折って作る構造である。ハニカム・コア等と同様、軽量で厚みがあり、一定の強度を持つ優れた構造である。これは2006年頃に考案され[1]、様々な観点から継続的に研究が行われている[2, 3, 4, 5]。

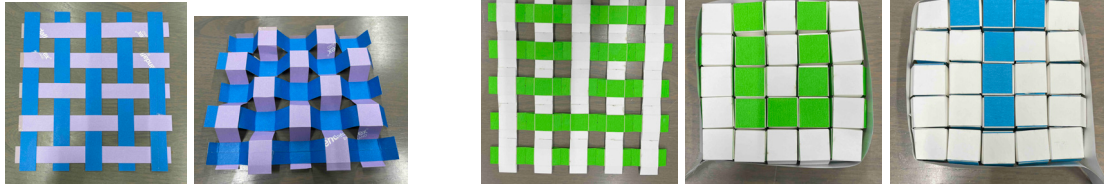


図 1: 紙帯で作るキュービック・コア (紙帯は 10 枚使用). 図 2: 切れ込みを入れた紙帯で作るダブル・キュービック・コア (紙帯は 20 枚使用). 表と裏で独立に好きなパターンを出せる.

通常のキュービック・コアは、1枚の板に穴を開け、適切に折り目を入れて作る。本稿ではまず、帯状の紙を井桁状に組む（あるいは編む）作成方法を提案する（図 1）。これは一定幅の紙帯を用意して、等間隔に並べて接着して折る方法である。側面に来る紙の枚数は変わらず、上下の面に来る紙が 2 重になる。この方法は通常と比べて排出されるゴミが少なく、パーツの製作が簡単なところが利点として挙げられる。また [5] で提案されている長方形化にも容易に対応可能である。

さて、完成したキュービック・コアの特徴の一つは、上下の面が凸凹の市松模様になる点である。この凹部が有用なこともあるが、全ての面の高さが一樣な方が良い場合もあると考えられる。仮に 2 つのキュービック・コアの市松模様をずらして重ねることができれば、この凹部を相互に埋めることで、全ての面の高さが揃ったキュービック・コアを作ることができる。本研究ではこれを**ダブル・キュービック・コア**と命名する。ダブル・キュービック・コアは穴の開いた 2 枚の板を組み合わせて作ることはできない。また、上記と同様に帯状の紙を組んで作ろうとしても、側面に来る紙同士が交差してうまくいかない。この問題を回避するには、側面に来る紙の中央に対称に切れ込みを入れ、そこで 2 つの帯を交差させればよい。この交差は、リンケージで SLE (Scissor-Like Element) と呼ばれる構造と同様である (例えば [6] 参照)。

本稿で提案している帯を用いた作成方法では、縦横の帯の交差部分の上下関係は自由に決めることができる。そのため、帯の色を変えて、上下関係をうまく配置すると、任意のドットパターンを作ることができる。これは表と裏で独立なので、表と裏で別々のパターンを出すこともできる (図 2)。文字のフォントや大規模なドット絵など、構造的のみならず、装飾的な応用も考えられる。

## 参考文献

- [1] T. Nojima, K. Saito. Development of Newly Designed Ultra-Light Core Structures, *JSME International Journal*, Ser. A, Vol. 49, No.1, pp. 38–42, 2006.
- [2] F. Scarpa, M. Ouisse, M. Collet, K. Saito. Kirigami Auxetic Pyramidal Core: Mechanical Properties and Wave Propagation Analysis in Damped Lattice. *Journal of Vibration and Acoustics*, 135, pp. 041001-1–041001-11, 2013. DOI: 10.1115/1.4024433
- [3] 田志磊, 孔呈海, 趙巍, 趙希祿, 萩原一郎. キュービックコアパネルの曲げ剛性のモデル化とシミュレーションに関する研究, *日本シミュレーション学会論文誌*, 15 巻 1 号, pp. 1–13, 2023 年.
- [4] 安達瑛翔, 館知宏. 接着面を持ち引張変形可能な切紙構造, *第 34 回折り紙の科学・数学・教育研究集会*, 2023 年 6 月.
- [5] 十塚響, 安達瑛翔, 館知宏. キュービックコアの長方形型への一般化と複層化, *第 34 回折り紙の科学・数学・教育研究集会*, 2023 年 6 月.
- [6] Y. Akgün, C. J. Gantes, W. Sobek, K. Korkmaz, K. Kalochairetis. A novel adaptive spatial scissor-hinge structural mechanism for convertible roofs, *Engineering Structures*, Vol. 33, pp. 1365–1376, 2011.



# 折紙遮音壁を用いた室内騒音低減に関する一考察

阿部綾, 楊陽, 萩原一郎 (明治大学)

## 1 概要

コロナ下にあって自宅で音楽を楽しむ方が増え, 集住エリアなどで騒音のクレームが増加している. そのため, 隣の方に迷惑をかけないように, 折畳み式にして軽量の折紙遮音壁の開発検討を行っている. これまでに室内騒音低減に関する検討として, トラックキャビンに適用し, 設計領域の板厚を変更することで, 耳位置の音圧を低減し, 最適化する検討を行っているので, その方法をここに応用することを考えている. 一方で, シェード形状の防音室についてベジエ曲線を用いて形状最適化する検討が行われ, 材料が紙の場合に良い結果が得られることから, それを元に折紙遮音壁形状でのモデル提案・シミュレーションを行うこととする. ここでは, 折紙遮音壁モデルの作成やシミュレーションによりこれまでに得られた知見について紹介する.

## 2 折紙遮音壁モデルについて

シェード形状の防音室について形状最適化した図面を参考に, 曲面を蛇腹折りに近似して立体形状として折ることのできる展開図を作成する. 展開図に記入の寸法を元に汎用的な CAD ソフトを用いてジオメトリ作成を行い, 2D モデル(SVG データ)として出力する. 2D モデルは Origami Simulator に取り込むことにより 3D モデル(STL データ)に変換し, COMSOL Multiphysics にインポートする.

## 3 解析モデルとシミュレーション

図 1 は折紙遮音壁を部屋空間に設置した音響シミュレーションモデルを示す. 空間の寸法は壁面水平方向幅 3.6m (x 方向), 壁面垂直方向奥行 5m (y 方向), 高さ 2.7m (z 方向) で, 遮音壁は 2.3m 四方の展開図からなる構造物とし, 同図では音源と観測点の中間位置に遮音壁を設置している. 同モデルでは音源は点音源とし, 任意の周波数の音圧を発生させることが出来る.

二重壁の設置条件による音圧最適化検討を行う.

目的関数: 周波数 63, 125, 250, 500Hz 時の外側観測面での周波数応答 (音圧値) の和

設計変数: 2 重壁間距離

目的関数最小化の計算を実施

図 2 に最適との計算結果となる 2 重壁間距離 700mm のときの音源周波数 250Hz での音圧分布を示す.

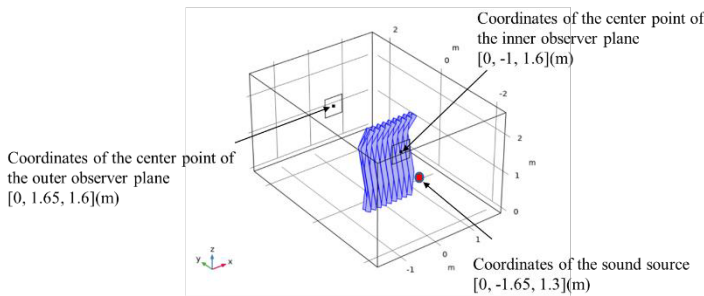


図 1. 折紙遮音壁モデル

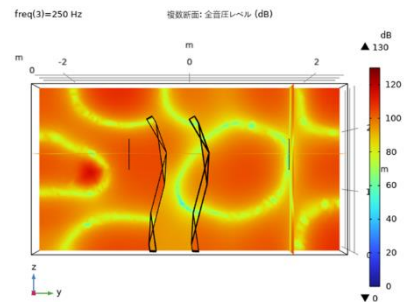


図 2. 250Hz での音圧分布 ( 2 重壁間隔 700 mm)

## 4 結語

折紙工学 (Origami+Kirigami=OK) と先端的有限要素法をベースに, 昨今, 日本政府からもその重要性が発せられている STEM 教育の新たな側面を開発する. これに日本伝統の OK を組み入れた OK-STEM はともすれば情報一辺倒になりがちな STEM に対し日本伝統のハードである折紙・切り紙も合わせるという新しいコンセプト OK-STEM を構築し世界への情報発信を目指している. 昨今の計算科学の進歩から研究者や製造者が何時どこでも臨場感を持って自らの研究や製品の紹介が可能になり, 要望があればそれを直ぐに試して見せることも夢ではなくなりつつある. OK-STEM はまさにそれを実現するものであり, 本研究ではまず音響空間で検討した例を示した. 今後も OK-STEM のプロトタイプ開発を目指す.



# 平行山谷付き絵画折り問題の強 NP 完全性

伊藤大雄（電気通信大学 大学院 情報理工学研究科）

\*

折り紙の平坦折り問題とは、紙片とその上に描かれた折り線が与えられ、全ての折り線を 180 度に折って、折りあがりを平坦にすることができるか否かを問う問題であり、各折り線に山折り ( $M$ ) か谷折り ( $V$ ) かが指定されている問題と、指定されず自由に折れる問題の二通りがあるが、どちらも一般には NP 完全である [3]。しかし紙片を長方形とし、折り線を短辺に平行なもののみ限定し、折り線に山谷を与えた問題、一次元山谷付き平坦折り問題に対する線形時間アルゴリズムが Arkin ら [1] によって与えられている。我々のグループではそれを拡張して、折り線が平行であるという制約の下で、紙片の形状を軸凸 (axis-convex) 多角形にまで拡張しても線形時間アルゴリズムが存在する事を示す [2, 4, 5] 一方、一次元問題であっても折り線の制約 (ラベル) に「山折り」と「谷折り」の他に「山折り・谷折り・折らない」の内のどれでも良い」という意味の「全」というラベルを許した問題、一次元 { 山谷全 } 付き平坦折り問題が弱 NP 完全となることを示す [5] などしてきた。

その後我々は、紙片の形状を一般の多角形に拡張した問題の平行山谷付き平坦折り問題の計算複雑さを考察している。現時点<sup>1</sup>ではそれは未解決であるが、この問題に、平坦折りの結果「指定の図を浮かび上がらせる」という制約を加えた問題、平行山谷付き絵画折り問題が強 NP 完全であることを証明した。

入力紙片の形状は一般の多角形  $P$  で、各折り線は紙片上の線分であり、与えられた折り線集合を  $C$  とする。各折り線には折り方を指定するラベルが関数  $L : C \rightarrow \{M, V\}$  として与えられる。通常平坦折り問題は与えられた  $(P, C, L)$  に対し平坦折り可能か否かを問う問題であるが、本講演で扱う問題は、それに加えて平坦折りの結果として所望の絵画を完成させることが出来るか否かを問う。その絵画は、入力紙片上の点の有限集合  $D$  で指定される。絵画を完成とは、任意の点  $d \in D$  に対し、平坦折り状態で、 $d$  が重なりが一番上の紙片上に有るか、さもなければ、一番上の紙片の同じ ( $d$  と重なる) 位置に別の点  $d' \in D$  が存在している事を意味する。この条件を満たす平坦折りが存在するか否かを問う問題を山谷付き絵画折り問題と定義する。

## 山谷付き絵画折り問題

入力：多角形 (紙片)  $P$ , 紙片上の線分 (折り線) の有限集合  $C$ , 折り線のラベル関数  $L : C \rightarrow \{M, V\}$ , 紙片上の点の有限集合  $D$ 。

要請：絵画を完成させた平坦折りが存在するか否かを判定せよ。

これに折り線が平行であるという制約を加えた問題が平行山谷付き絵画折り問題である。本講演ではこの問題が強 NP 完全である事の証明を述べる。

## 参考文献

- [1] Esther M. Arkin, Michael A. Bender, Erik D. Demaine, Martin L. Demaine, Joseph S.B. Mitchell, Saurabh Sethia, and Steven S. Skiena: When can you fold a map?, Computational Geometry: Theory and Applications, Vol. 29, No. 1, pp. 23–46, 2004.
- [2] Erik D. Demaine, Martin L. Demaine, Hiro Ito, Chie Nara, Izumi Shirahama, Tomohiro Tachi, and Mizuho Tomura: Flat folding a strip with parallel or nonacute zig-zag creases with mountain-valley assignment, Special Issue on Discrete and Computational Geometry, Graphs, and Games, Journal of Information Processing, Vol. 28, No. 12, pp. 825–833, 2020.
- [3] Erik D. Demaine and Joseph O'Rourke: Geometric Folding Algorithms: Linkages, Origami, Polyhedra, Cambridge University Press, 2007.
- [4] Hiro Ito and Sae Neshiba: Flat folding problem with parallel creases with mountain-valley assignment on a convex polygonal piece of paper, The 23rd Thailand-Japan Conference on Discrete and Computational Geometry, Graphs, and Games (TJCDG<sup>3</sup> 2020+1), Chiang Mai, Thailand, Sept. 3–5, 2021.
- [5] 伊藤大雄, 根芝冨, 平行山谷付き平坦折り問題 (その 3), 折り紙の科学を基盤とするアート・数理および折紙工学への応用 III, 明治大学 (遠隔混合), 2022 年 12 月 17 日.

\* itohiro@uec.ac.jp

<sup>1</sup>2023 年 11 月 28 日の時点

# 双曲放物面を内部に持つ立方体モデル Cubes with Hyperbolic Paraboloids

前川淳 (MAEKAWA Jun, Origami Artist, maekawa@origami.gr.jp)

◆正方形の紙に同心状の山谷を繰り返す折り目をつけると、それが双曲放物面 (hyperbolic paraboloid) の近似曲面となることはよく知られている。2013年に発表した「立方体の中の双曲放物面」という、正方形一枚折りの作品は、これを造形に生かしたモデルである (図1、参1、2)。また、このモデルは、表裏同等折り (iso-area folding) を念頭においたものでもある。表裏同等折りは、1980年代に川崎敏和によって提唱された概念で、反転と回転によって元と同じになる対称軸を持つ (回反対称 rotational inverse symmetry)。正しい双曲放物面はこの対称性を持つので、同心状の折り目による曲面を擬似回反対称とみなして作品に組み込んだ。造形作品として内部の近似双曲放物面を見せるために6面のうちの2面が開いているが、折り目をすこし変えることで立方体の箱として閉じることができるのもこのモデルの特徴で、モデルの発展性は、閉じることのできるこの構造にあるとも言える。



図1：立方体の中の双曲放物面

◆2021年に発表した「フラワーカットキューブ」 (図2、参3) は、双曲放物面の近似曲面を、同心状の山谷の折り目ではなく、より対称性の高い表裏同等の構造で実現したモデルがもとである。図に示したものは、鏡像ふたつによる組み合わせモデルだが、この折り目を用いて、やはり一枚の紙で閉じた立方体の箱を構成することができる。なお、ここで用いた折り目には、興味深い特徴がいくつかある。そのひとつは、中央の小さい正方形を除けば、この近似双曲放物面が、平面から剛性を保ちながら変形可能なことである。上述の同心状の山谷の折り目による近似双曲放物面では、折り目で区切られた面に歪みが生じる。しかし、折り目を加えてそれを逃れ、剛性を保ちながら変形させる方法を Erik D. Demaineらが示している (参4)。「フラワーカットキューブ」の折り目は、その方法と同様の折り目を用いて、回反対称性を加えたものである。

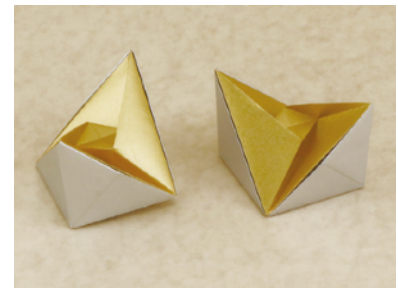


図2：フラワーカットキューブ

◆これらのモデルの近似双曲放物面は、つまり、展開図 (図3) の中央に示した四辺形の周を、ねじれ正方形 (skew square) に変形するということである。このねじれ正方形の極小曲面が双曲放物面で、それはいうまでもなく平面のときの正方形より面積が小さい。この変形における正方形の面の縮小方法は様々考えられ、折り目に曲線の折り目を用いることなどでも興味深い造形が得られる (図4)。

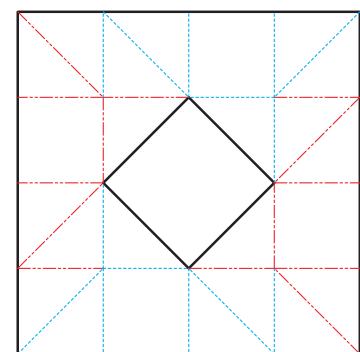


図3：立体化すると、中央の正方形がねじれ正方形になる。

◆ねじれ正方形に無理なく変形するために、面を切り抜いて辺だけにしてしまうというのもひとつのアイデアである。わたしが「穴のあるラッピングペーパー」 (2016) と称しているそのモデルは、きれいに立方体に閉じることができ、箱としての実用性もある。一般に、一枚のシートでものを包むとき、シートの周辺部を上面で合わせる風呂敷方式と、柱面をつくり両端を閉じるキャンディー方式のふたつが考えられるが、穴のあるラッピングペーパー方式は、それらに比して、対称性の高さからシートの重複の偏りが低いという長所がある。



図4：曲線折りによる双曲放物面の近似曲面

## ◆主な参考文献

参1：『折ってたのしむ折り紙セミナー』（『数学セミナー』2013年8月号、日本評論社、前川淳）  
参2：『折る幾何学』（2016、日本評論社、前川淳、英語版 "The Art & Science of Geometric Origami", 2022, Tuttle）  
参3：『フラワーカットキューブ』（『折紙探偵団』2021年7月号、日本折紙学会）  
参4：『(Non)existence of Pleated Folds: How Paper Folds Between Creases』（2009, JCCG09 and others, Erik D. Demaine, Martin L. Demaine, Vi Hart, Gregory N. Price, Tomohiro Tachi）

# プレス折線加工を用いた圧潰工法の紹介

明星大学 理工学部 機械工学系 寺田耕輔

昨年当研究集会において、プレス折線加工により角パイプに折線を設定することで、軸方向衝撃圧潰過程において折線が変形誘発して衝撃エネルギー吸収性能が向上することを発表した<sup>1)</sup>。本稿では、プレス折線加工を用いて、角パイプ横断面衝撃圧潰過程における変形形状を、折線の効果により目的形状に変形を誘導させる取組を紹介する。

一般に角パイプ構造の接合部位(図1, クロス形, T字形, L字形など)および他部品との干渉回避箇所(図2, 配管, 電源ケーブル, フォーク爪の挿入など)では、切欠き加工が行われその部分の材料を切捨てて開口部を成形している。しかし、材料が切捨てるため、開口部周辺箇所の強度低下を防ぎかつ溶接作業性をよくする観点からも、フランジ板や山形鋼などを用いて補強される場合(図3)が多い。

紹介する圧潰工法においては、材料を切捨てずに、折線を設定してから圧潰することにより、目的形状としての開口部を成形する。R付角パイプ横断面圧潰では、プレス折線加工が行われていない通常の場合には、材料は角パイプ横断面から外側に変形(図4 (a))するため、良好な開口部を成形できない。これに対して、適切なプレス折線加工を行った圧潰による変形形状(図4 (b))は、横断面外側にむかわずに内側に折り畳まれるのである。このため、材料は切捨てずに圧潰部として残るため、溶接を行いやすくかつ別途補強材を用いなくてもよい効果が期待できる。板厚1.6mmの□100角パイプSTKR400を用いた実施例を図5に示す。

ここでは、材料を切捨てずに圧潰部として残ることによる補強効果および圧潰により開口部を成形できる加工条件等を明らかにするために、荷重試験, FEM解析, 圧潰実験などを行った結果, 得られた知見について報告する。

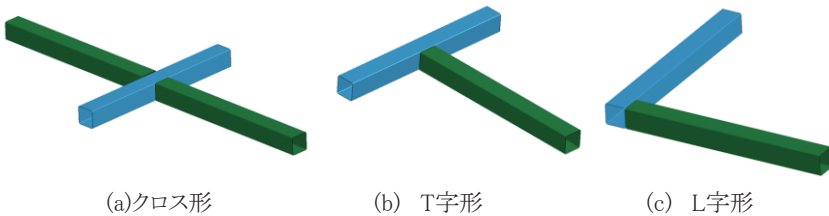


図1 角パイプ構造の接合部位例

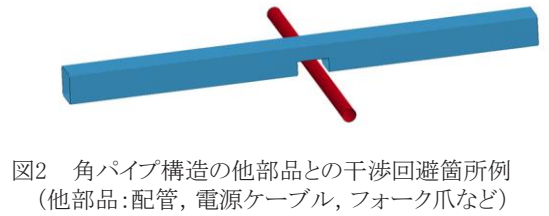


図2 角パイプ構造の他部品との干渉回避箇所例 (他部品: 配管, 電源ケーブル, フォーク爪など)

パイプ端末にフランジ板を溶接しボルト締結して接合されている。



図3 フランジ板で補強されたT字形角パイプ構造例



(a)通常の圧潰: 板材は外側変形



(b)適切な圧潰: 板材は内側変形

図4 角パイプ横断面の圧潰による変形形状

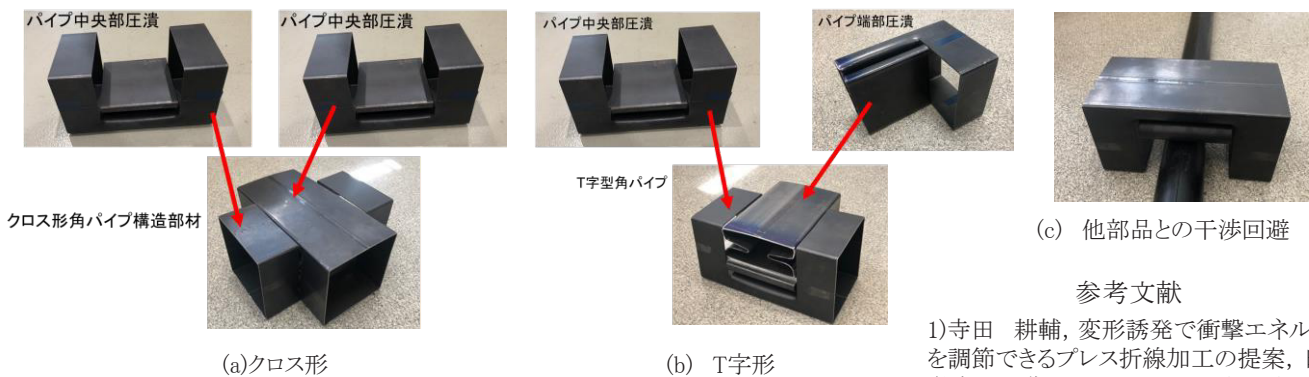


図5 実施例

### 参考文献

1) 寺田 耕輔, 変形誘発で衝撃エネルギー吸収を調節できるプレス折線加工の提案, 日本機械学会論文集, Vol.89, No.920 (2023) DOI: 10.1299/transjsme.23-00008.



## フラストレーションによる自己変形 しわしわ、ひらひら、ぺこぼこする形

館 知宏 (東京大学 大学院総合文化研究科)

矛盾する幾何的条件によってすべての要素が同時に安定状態になることができない現象をフラストレーションと呼びます。二次元のシート状の材料に縮みたい布と縮みたくない剛性材など、伸び縮みのフラストレーションを導入すると、材料はこのフラストレーションを低減するように自律的に形状を決定し、二次元を脱して三次元形状へと起き上がる座屈現象がおこります。このような自己変形は、生物の形や身の回りの人工物にも現れます。例えばレタスやサンゴなどのひらひらは Differential Growth と呼ばれる成長の速度の分布によって引き起こされます。脳や腸、脱皮前の昆虫の殻などには、膜材料の成長に伴うしわしわのかたちが現れます。身の回りのものに力を加えて起きる現象から、新たな自己変形の原理や、ぺこぼこと変形する多安定構造のアイデアも発見できます。

本発表では、2023年に開催された「つながるかたち展 03」<sup>1</sup>の作品を紹介しながら、伸縮布と棒材によるテンセグリティ構造<sup>2</sup>、収縮する布とフレーム<sup>3</sup>、パンタグラフ型の変形機構<sup>4</sup>、空気膜パターン<sup>5</sup>などを使った、望みの自己変形を逆算する研究や、引き起こされる対称性の破れ・スナップ・ゼロ剛性モードなどについて紹介します。



つながるかたち展 03 「フラストレーションによる自己変形」セクションの様子

<sup>1</sup> 「つながるかたち展 CONNECTING ARTIFACTS 03」 駒場博物館, 2023/9/30-11/26, <https://sites.google.com/view/connecting-artifacts/03>

<sup>2</sup> Shimoda, Y., Suto, K., Hayashi, S., Gondo, T. & Tachi, T. (2023). Developable Membrane Tensegrity Structures Based on Origami Tessellations. In *Advances in Architectural Geometry 2023* (pp. 303-312).

<sup>3</sup> 上條陽斗(東京大学), 館知宏, 平面から自由曲面へ自己変形するペンディングアクティブ構造の設計, 第 18 回コロキウム構造形態の解析と創生 2023

<sup>4</sup> Nishimoto, S. & Tachi, T. (2023). Transformable Surface Mechanisms by Assembly of Geodesic Grid Mechanisms. In *Advances in Architectural Geometry 2023* (pp. 221-234)

<sup>5</sup> Zhang, Y., Tendo, T., & Tachi, T. (2023). Modular design of multistable pneumatic structures from a flat pattern of air pouches, in *In Proceedings of IASS Annual Symposium 2023*.



# 境界形状に制約を与えた可展ユニットの組み合わせによる 可展多面体モデルの生成

三谷純

筑波大学 システム情報系

可展な Polygonal Surface の設計は、建築や製品デザインなど多岐にわたる分野で重要であり、これまでに数多くの設計ツールが提案されてきた。それぞれの設計ツールによって採用されているアルゴリズムや形状に対する制約条件が異なり、生成される形状の空間は設計ツール毎に異なっている。

本発表では、可展な Polygonal Surface の設計において、ユニットの組み合わせによって対称性や他の幾何学的特徴を持つ形状を生成する手法を提案する。ユニットの境界頂点の位置に図1に示すような複数の異なる位置制約を設けることで、それらを組み合わせた形状が可展性と対称性を持つようにできる。

ユニットの形状生成においては図2に示すような初期形状に対してユーザーが編集と制約の指定を行い、数値最適化によって生成形状の可展性を保証する。このアプローチ自体に新規性は無いが、既存の折紙設計ツールでは実現できなかった多様な形状の生成が可能であり、対称性を基本とした意匠性と制作性に優れた形状を生み出すことができる。

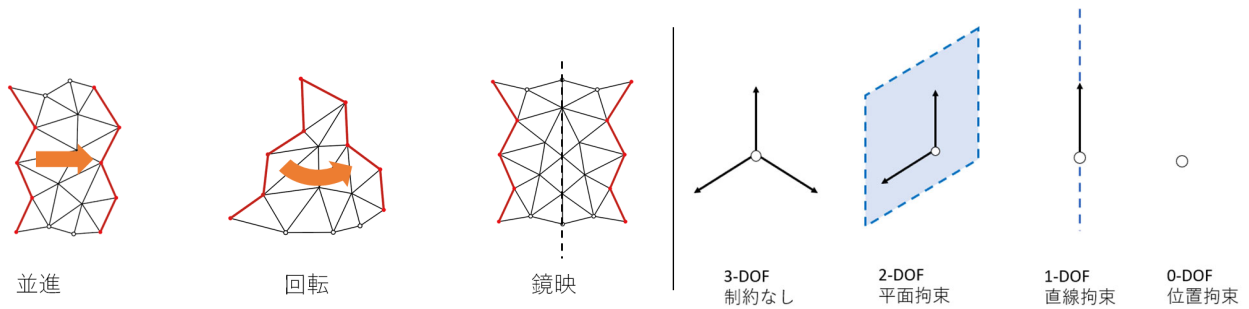


図1 ユニットの形状生成のための制約。対称性のための制約（左）と頂点の位置制約と自由度（右）

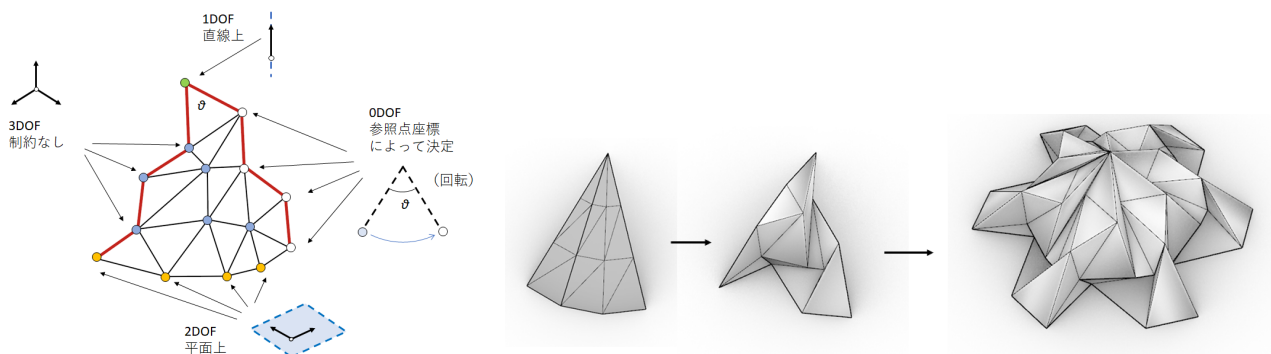


図2 軸対称な立体を構成するユニット生成のための制約（左）と、6つのユニットを組み合わせる生成された可展な形状（右）

# トポロジーと折り紙

## — folding motion を許容しない folded state の存在について —

村井 紘子 (Hiroko MURAI)\*

2023年12月16日

この講演では、平面内の閉領域から得られる折り紙について、トポロジーの手法を用いて得られた成果について報告する。

一般に折り紙の展開図とは平らな紙  $P$  に山折り線と谷折り線が描かれたものを指すが、ここでは展開図 (crease pattern) を次のような対  $(P, C)$  として定式化する。  $P$  は2次元ユークリッド平面  $\mathbb{R}^2$  内の閉領域であり、  $C$  は  $P$  に適切に埋め込まれた1次元複体で、各1次元単体には山谷の指定がついているとする。またこのとき、  $P \setminus C$  の各連結成分の閉包を  $(P, C)$  の面 (face) と呼ぶ。

ここでは  $P$  から  $\mathbb{R}^3$  への、紙の重なりを許すような写像  $f$  を考える。さらにこのような写像には  $P$  の局所的な重なり順の情報が指定されているとし、この情報を表現する写像を  $\lambda$  と表し、写像対  $(f, \lambda)$  を考えることにする。特にこのような  $(f, \lambda)$  で  $f(P)$  は  $P$  と内在的距離に関して isometric であり、  $f$  の  $(P, C)$  の各面への制限が  $C^2$  級であるようなものを  $(P, C)$  の  $C^2$ -folded state と呼ぶ。

2004年、Demaine, Devadoss, Mitchell, and O'Rourke は、  $P$  が平面内の多角形領域ならば  $(P, C)$  の任意の  $C^2$ -folded state  $(f, \lambda)$  に対して、  $P$  を連続的に  $f(P)$  へ移す連続的な  $C^2$ -folded states の族が存在することを示した [1]。以下このような  $C^2$ -folded states の族を ( $P$  から  $f(P)$  への) *folding motion* と呼ぶ。

同論文では彼らは“ $P$  が多角形領域であるという仮定を外すとこの結果は成り立たないだろう”と述べているが、本講演では実際にこの主張が正しいことを報告する。具体的には  $P$  が円環に同相な閉集合の場合に、  $P$  から  $f(P)$  への連続的な folding motion が存在しない例があることをトポロジーの手法 (具体的には結び目理論において知られている結果及び linking number と呼ばれる不変量) を用いて示す。なお、その証明の議論から派生する結果として、 folding motion に加えて regular homotopy と呼ばれる、紙が通り抜ける変形 (この変形においては  $\lambda$  が不連続に変化する) を許しても  $P$  から  $f(P)$  へ移り合うことができない例が存在することも報告する。

## 参考文献

- [1] Erik D. Demaine, Satyan L. Devadoss, Joseph S. B. Mitchell, and Joseph O'Rourke, *Continuous foldability of polygonal paper*, In Proceedings of the 16th Canadian Conference on Computational Geometry, pages 64–67, Montréal, Canada, August 2004.

---

\* 奈良女子大学

平坦折りの抽象代数学観点からの再認識

平坦折り紙は、立体的折り紙と比べて、折り畳み状態において、各面が平面上でどのように位置し、面レイヤーの重なり順でどの半順序に従わなければならないかが決定され、より抽象的な幾何学的特性を持っている。例えば、図1の左側に示された地図折りの部分的に折れた折り畳み状態の横断面図から、面の重なり順の情報を右側の行列で表すことができる。一般的な平坦折りには、非常に有益な性質を持つ行列表現がまだ見つかっていないが、重なり順には折り畳み状態の全ての情報が含まれていることが明らかである。また、折り畳み状態間の関連性を探るために、面レイヤーの置換演算と新しい隣接関係を作り出す生成演算の二種類の折り演算を定義した(図2)。この定義により、関連する折り畳み状態間に矢印を付け、隣接する矢印を合成することができる。さらに、この合成は結合法則を満たしている。これらの幾何学的情報から、代数的構造を構築することが可能である。

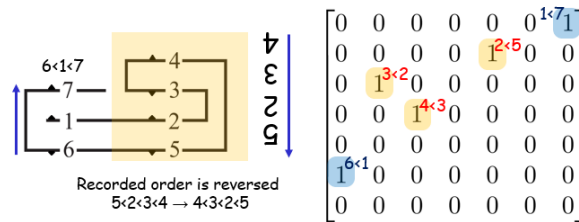


図1. 地図折りの部分的に折れた折り畳み状態の横断面図と対応する行列表現

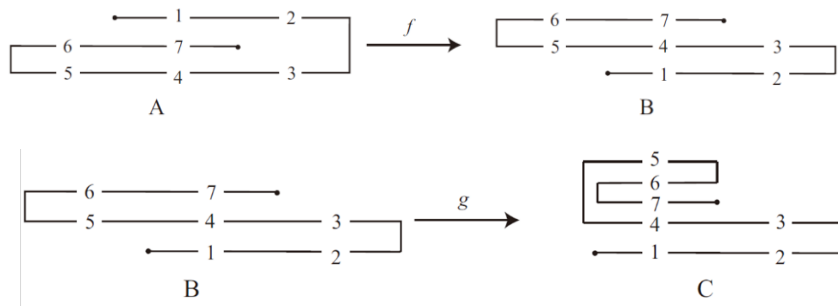


図2. 置換演算(上)と生成演算(下)

まず、順序理論の観点から見ると、置換演算によって定義される状態遷移は逆演算も可能であるため、折り畳み状態間の同値関係を導出することができる。一方、生成演算によって定義される状態遷移は反転させることができないため、生成操作は折り畳み状態の集合において半順序を生じる。上述した矢印は、順序理論における「前順序(preorder)」に相当する。次に、圏論の観点から考察する。折り畳み状態を対象とし、演算の合成から定義された矢印を射とすることで、平坦折りの圏を構築できる。この圏を基に、積と余積、米田の埋め込み、前層、Grothendieck 位相などの概念を用いて議論することにより、平坦折りを抽象代数学の観点から再考することが可能である。

# 「テープから多角形のコイルを折る」

布施知子

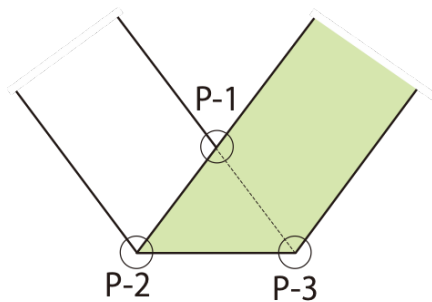
テープ（平行な細長い紙）を用いて、道具を使わず折ることだけで、正多角形のコイルを折り出す方法についてワークショップを行う。

テープを適当にひと折りすると、かどができ、折った辺が交わって、次に折るための目印が現れる（図1）。この目印を次に折るための手掛かりとして、同じ方法で繰り返し折っていける方法をとる。このとき、端から順に折り進んでいける折り方を選ぶ。すべての谷線をつけ、もどって山線をつけるようなことはしない。

この方法で折ると、コイルだけでなく、他にも興味深い形に導かれていく。正多角形のコイルを織り出す場合は、違う折りを2回し、それを1セットとして続けていく。はじめは適当に、やがて目印になるポイントが現れたら規則的に折る。すると目指す多角形の誤差が徐々に縮まり、やがて正確な形に近づいていく（図2）。

図1

図2





**Fan production automation research  
(Preliminary results of cutting machines used for fan manufacturing)**

Luis DIAGO <sup>\*1</sup>, Junichi SHINODA <sup>\*2</sup>,  
Keiko YAMAZAKI <sup>\*1</sup>, Yuko ADACHI <sup>\*1</sup> and Ichiro HAGIWARA <sup>\*1</sup>  
<sup>\*1</sup>明治大学 Meiji University  
<sup>\*2</sup>株式会社インターローカス Interlocus Inc.

**Introduction**

In Japan, the fan industry is more than 1200 years old. Skills have been passed down from generation to generation to this day. With the aging of the population, these skills have been lost due to the lack of continuity of the new generations. That is why the Meiji Institute for Advanced Study of Mathematical Sciences (MIMS), in collaboration with several local thousand-year-old companies, have proposed to re-establish the fan manufacturing industry with the use of new technologies in processes where human intervention is not essential and manufacturing processes can be accelerated by cutting production costs. Here we describe the MIMS Collaboration Project entitled “Research on using image processing, machine learning and origami engineering for folded-fan production” focusing on the development of a new folding machine for fan manufacturing. Advantages and limitation of current cutting machines are discussed.

**Materials and methods**

A new mathematical formula considering fan-folding distortions that allows their manufacture without picture distortions was developed in a previous work [1]. The template shown in Figure 1 (A3 paper size) can be obtained with simple rescaling and rotation in the equations (shown in the left, see details in [1]). Norigami folding machines have also been proposed to fold and glue linear accordion-shaped patterns [2]. In this work, a simulation and experimental environment was created using a traditional cutting machine (CAMEO4) to cut and fold the curved accordion-shaped pattern of a traditional Japanese fan (consisting of glued three layers of paper).

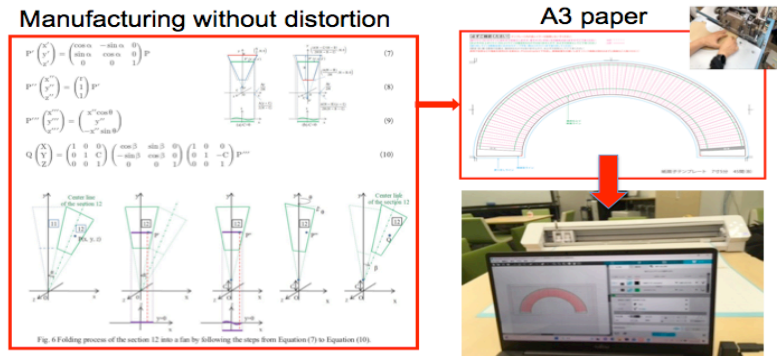


Figure 1. Fan folding equations, template and its manufacturing environment

**Preliminary Results and Future Works**

Figure 2 shows a comparison of the actual results. The first column shows the CAMEO4 machine in operation. The machine has two blades that were used to mark the folding lines on the paper and cut the edge of the fan. The detail below shows some damage to the paper due to the cutting of the blades. The second column shows the template after cutting and folding by hand following the folding lines marked on the paper. The detail below shows that although the lines can be folded, it is difficult to make the valley lines because they have only been marked on one side of the paper. The last column shows a painted fan totally hand folded by a professional and in the detail below is a comparison of above two fans. The damage done to the paper by the blades and by the glue of the adhesive mat is detrimental to the quality of the final product, so we are considering adapting the previous machine [2] to make folds on both sides of the paper without turn it over, changing the blades for a pen tip and replacing the adhesive mat for an electrostatic one.

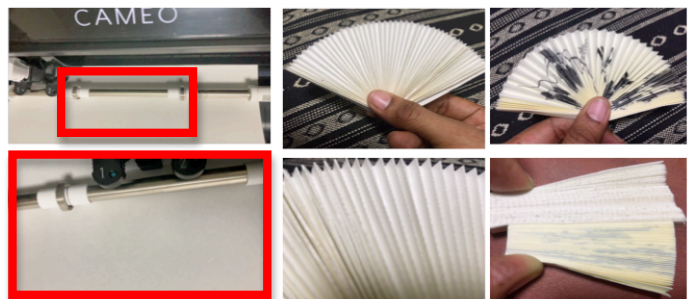


Figure 2. Comparison of current results

**References**

[1] K. Yamazaki, F Abe and I Hagiwara, Mathematical elucidation of the traditional Japanese fan focusing on its structure. Transactions of the JSME (in Japanese) 2021, Volume 87, Issue 897, Pages 21-00042  
[2] Romero, J. A., Diago, L. A., Nara, C., Shinoda, J., & Hagiwara, I. (2016) Norigami folding machines for complex 3D shapes. In 40th Mechanisms and Robotics Conference (Proceedings of the ASME Design Engineering Technical Conference; Vol. 5B-2016). American Society of Mechanical Engineers (ASME).

## 折紙型油圧ダンパーの発明と展開

萩原一郎（明治大学）

- ① 車両や建築等の産業分野および日常生活で、シリンダー式油圧ダンパーは、振動や衝撃などのエネルギー吸収部品として幅広く使用され、乗員の乗り心地改善や自然災害による損害低減などが求められるニーズに応じて様々な研究開発が行われている。
- ② 従来のシリンダー式油圧ダンパーには、次の欠点がある。(1) 油圧ダンパーの伸縮できる減衰運動長さ  $a$  は全長  $L$  の半分以下となり、狭い空間内の構造に使用しにくい。(2) 金属製シリンダーは重く、軽量化を追求する精密機械などには適用しにくい。(3) 図1に示す赤い矢印で示す外部荷重  $F$  は軸方向だけでなく、横方向にもランダムな外乱荷重が伴う場合があり、シリンダー式油圧ダンパーの密封シールに部分的圧力が集中し、伸縮運動不良や部品摩耗などの問題が発生する可能性が高い。
- ③ 以上の問題を改善し、従来のシリンダー式油圧ダンパーの代わりに、図2に示すように、軸方向に沿って自由に伸縮できる円筒折紙構造(RSO)の特性を利用した新たな折紙型油圧ダンパーを提案する。更に、それを発展させた「湾曲ストローク式・内外二重式(図3)・多岐式・平面多方向用折紙型油圧ダンパー」まで広げている。なお、折紙型油圧ダンパーは埼玉工業大学の趙希禄教授との共同研究である。
- ④ この方式は、RSOの双安定性を利用した外力を伝えないシート(図4)や重量のためにサスペンションが沈み込むのを防ぐサスペンションにも有効であることを述べる。

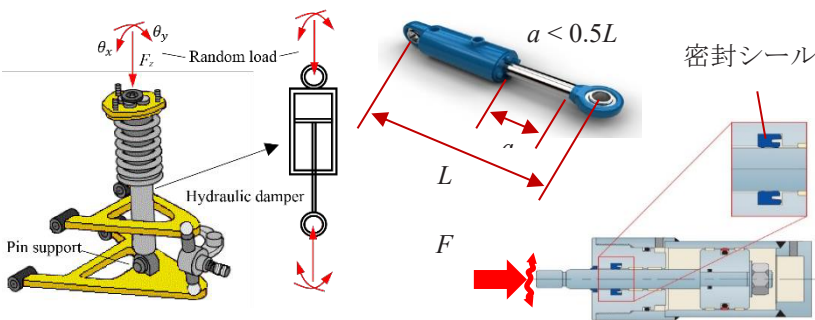


図1. シリンダー式油圧ダンパー(左)とその問題点(右)



図2. 基本式の折紙型油圧ダンパー

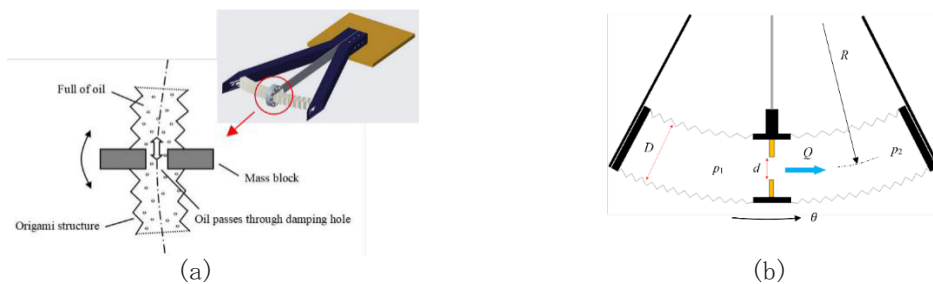


図3 湾曲ストローク式折紙油圧ダンパー(a)とその解析モデル(b)

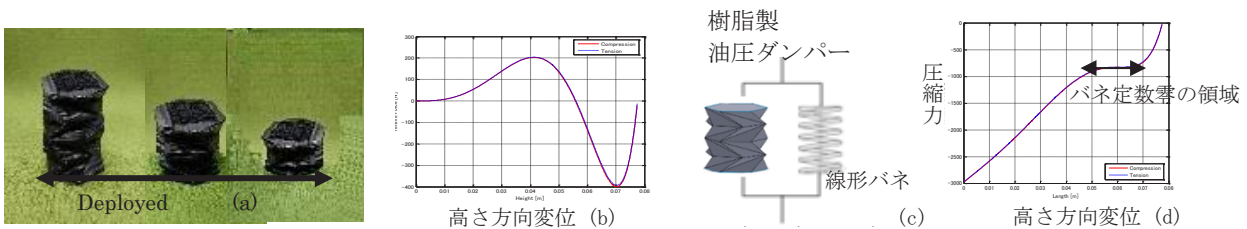


図4 双対安定を有す樹脂製RSO油圧ダンパーと線形バネでバネ定数零の領域を有すシート概念図

### 45度系格子パターンにおける局所平坦折り可能な展開図の 数え上げと ZDD による列挙<sup>i</sup>

堀山 貴史 (北海道大学 情報科学研究院)

本講演では、45度系格子パターンの平坦折りについて取り上げる。特に、局所平坦折り可能な展開図の数え上げと列挙について述べる。ここで、45度系格子パターンは、図1に示すように縦、横、および45度方向の対角線からなる格子である。図1は、2×3の45度系格子パターンと呼ばれる。45度系格子パターンは、折り紙における基本的な構造を包含しており、その一部を折り線とすることで折り紙作品の展開図となる。たとえば、図2(a),(c)の展開図は、ともに4×4の45度系格子パターンに含まれており、それぞれ(b)の“風車”および(d)の“だまし船”に折ることができる。

局所平坦折り可能な展開図は、各頂点においてその周囲の折り線が川崎の定理を満たす（すなわち、各頂点において平坦折り可能な展開図であり、平坦折り可能な展開図の前段階ととらえることができる。なお、局所平坦折り可能な展開図は局所的な条件を満たすものであるため、平坦折りが不可能な展開図も含まれる。

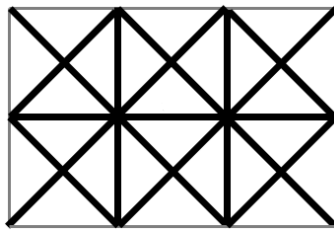


図1. 2×3の45度系格子パターン

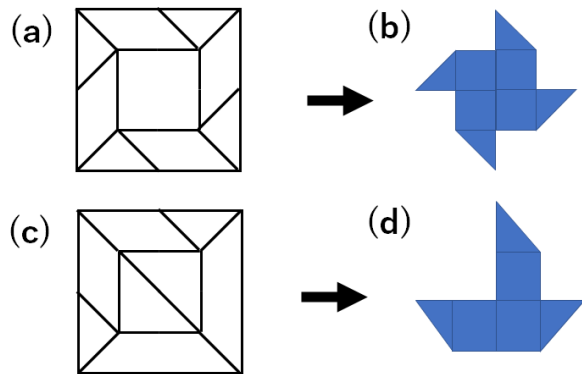


図2. “風車”と“だまし船”およびその展開図

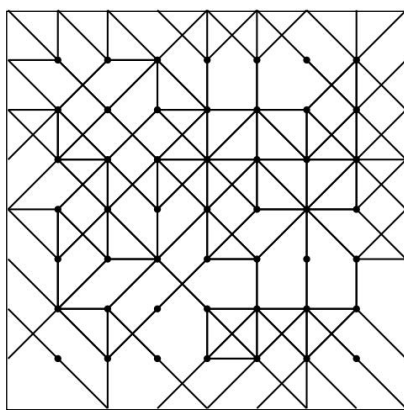


図3. 8×8の局所平坦折り可能な展開図の例

#### Reference

[1] Y. Enomoto, Y. Kawakami, K. Seto, T. Horiyama, and J. Mitani, Counting and ZDD-based Enumeration of Locally Flat-Foldable Box-Pleated Crease Patterns on the 45-Degree Grid System, The 5th International Workshop on Enumeration Problems & Applications, 2022.

<sup>i</sup> 以下の方々との共同研究です： 榎本優大 (北海道大学), 脊戸和寿 (北海道大学), 三谷純 (筑波大学)

### RES部材間角度整合と多面体造形

## Dihedral angle alignments and polyhedron generation in RES (Rotational Erection System)

愛知工業大学 工学部 Aichi Institute of Technology  
建築学科 宮本 好信 Yoshinobu Miyamoto

RES (Rotational Erection System) は切り目と折り目で板材を面外に造形する技法で、近接する部材面方向を整合するよう設計可能である。この部材面方向を整合制御して正多面体、半多面体を造形する方法と作例を示す。

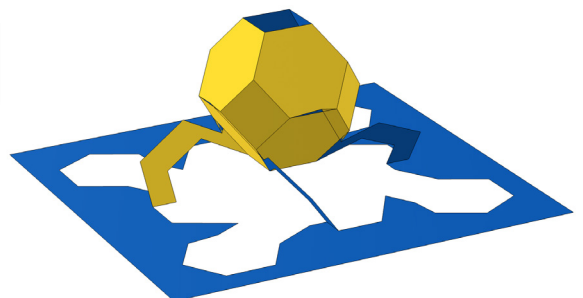
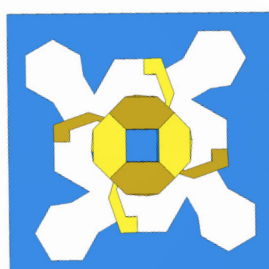
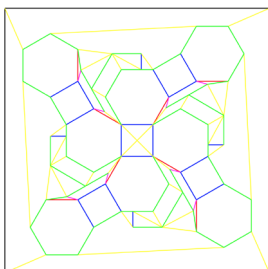
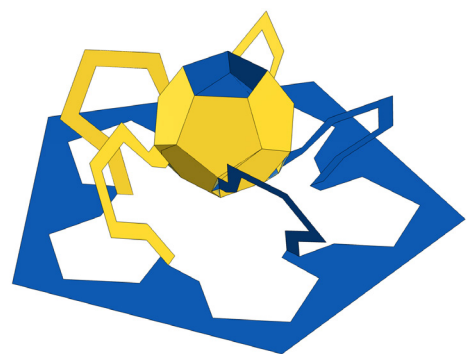
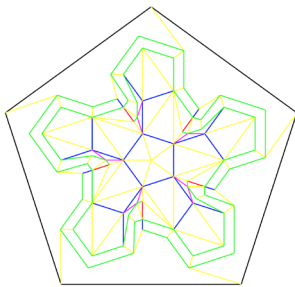
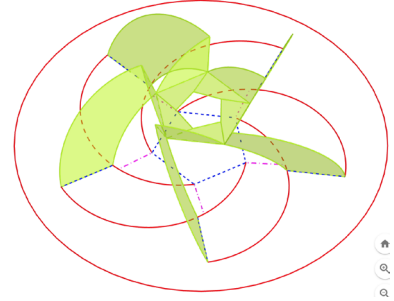
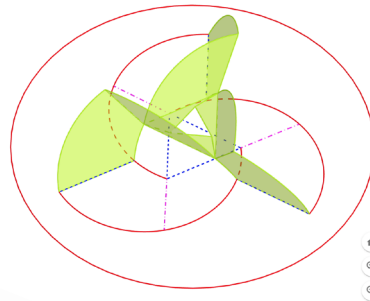
#### 図説明

上： 正n角形皿部の場合、腕と耳の面方向が一致するための皿回転角  $\alpha$  の条件、 $n=3, 5$

中下： 正12面体、切頭八面体(一面を除いた形状)の例 (Origami Simulator利用)

基盤、腕、南半球の部材は二安定性を持ち、これに北半球部が運動する。

$$\alpha = \left(1 - \frac{2}{n}\right) \cdot 180^\circ$$





## 周期的な折り紙構造の波動伝搬

安田 博実<sup>\*1</sup>

Hiromi Yasuda<sup>\*1</sup>

<sup>\*1</sup> 宇宙航空研究開発機構 Japan Aerospace Exploration Agency

ユニットセル構造が周期的に配置されたセル構造は自然界の構造物からラティスや折り紙といった構造まで幅広く用いられている。そうした周期性を有するセル構造物は、幾何学的なパターンの探求に加え、周期性により発現する機械特性の制御など様々な分野で研究が行われている。本研究では、基本要素となるユニットセルが周期的に連結された折り紙構造に注目し、その静的および動的機械特性について数値解析により詳しく調べる。特に、構造の周期性を利用し、有限要素法による均質化法をユニットセル要素に適用することで、折り紙構造全体の剛性（特に異方性）を解析する。また、動的特性の解析では、Bloch-Floquet の周期境界条件をユニットセルに適用し、固有値解析により分散関係を調べる。静解析による剛性の異方性に加え、折り紙の折り角が、折り紙構造中を伝搬する波動にどのような影響を与えるかを調べる。最後に、積層造形による周期構造を有する折り紙構造の試作を紹介し、工学応用について議論する。

### 正四面体の連続的平坦折りたたみを読み解く

奈良 知恵 (明治大学先端数理科学インスティテュート, [cnara@jeans.ocn.ne.jp](mailto:cnara@jeans.ocn.ne.jp))

飲み終わったジュースの空き箱をリサイクルのために平坦に折りたたむとき、素材が紙のように柔軟性があると潰しやすい。例えば、4つの正三角形からなる正四面体の表面は、全体を中に押し込むようにして潰すこともできるし、一つの頂点に穴を開けて中の空気を押し出すようにしても平らにできる (図 1, [1] および 図 2, [2])。ここでは、折り目の動く範囲が比較的少ない翼折りで平らにする方法 (図 3, [3]) を取り上げ、基盤となる動きを「面の2つ折り」と「面の優先順位付け」として捉え直す。その目的は、正四面体を高次元化した正単体 (図 4) の表面を超平面上に連続的に折りたたむとき、具体的でかつ基本的な道具として発展させるためである ([4])。

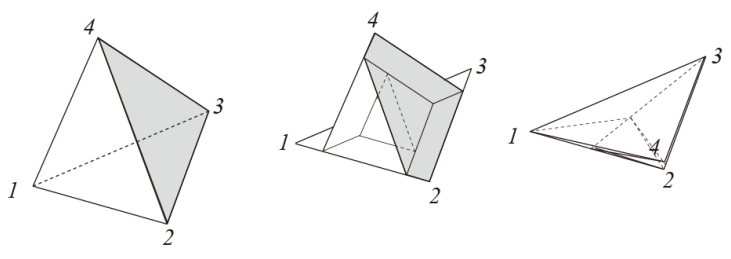


図 1. 正四面体の表面を中に押し込む

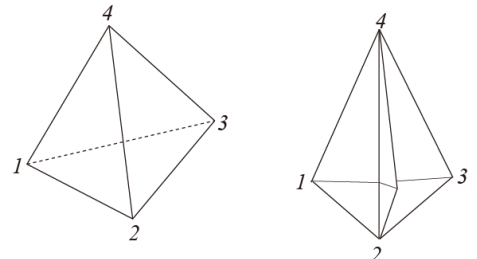


図 2. 正四面体の中の空気を抜く

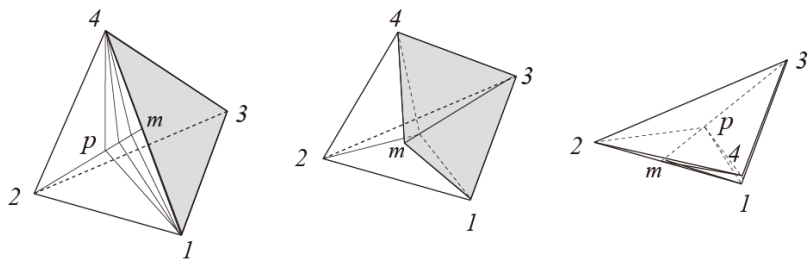


図 3. 正四面体の2面を二つ折りする

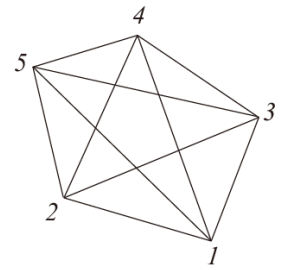


図 4. 4次元の正単体

#### 参考文献

[1] Abel, Z., Demaine, E.D., Demaine, M.L., Itoh, J., Lubiw, A., Nara, C., O'Rourke, J.: Continuously Flattening Polyhedra Using Straight Skeletons. Proc. 30th Annual Symposium on Computational Geometry (SoCG), 396--405 (2014).

[2] Itoh, J., Nara, C., Vilcu, C.: Continuous flattening of convex polyhedra. Revised Papers, 16th Spanish Meeting on Computational Geometry (EGC 2011), LNCS, {¥bf 7579}, 85--97 (2012).

[3] Itoh, J., Nara, C.: Continuous flattening of Platonic polyhedra}. Computational Geometry, CGGA 2010, LNCS 7033, 108--121 (2011).

[4] Nara, C., Itoh, J. Continuous folding of the surface of a regular 4-dimensional simplex onto its facet, In Abstract of IJDCGGG 2023.